

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	 SIGUD Sistema Integrado de Gestión
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

GUÍA DE LABORATORIO PARA LA DETERMINACIÓN DEL PERIODO DE VIBRACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE LA RESONANCIA EN SISTEMAS DINÁMICOS DE 1 GDL AMORTIGUADOS Y NO AMORTIGUADOS

Contenido

1.	RESUMEN.....	2
2.	OBJETIVOS	2
3.	MARCO TEÓRICO	2
3.1.	Idealización de un sistema dinámico de 1GDL	2
3.2.	Sistemas amortiguados	4
3.3.	Excitación en la base (sismo).....	5
3.4.	Resonancia estructural.....	6
4.	MONTAJE	6
5.	EQUIPO Y MATERIALES	8
6.	PROCEDIMIENTO	9
6.1.	Evaluación del periodo de vibración de cada sistema	9
6.2.	Visualización de la resonancia	9
6.3.	Cálculo de la razón de amortiguamiento del sistema 2	9

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Idealización de un sistema dinámico de 1GDL a partir del modelo péndulo invertido.	3
Ilustración 2. Idealización dinámica de un sistema de 1 GDL sometido a excitación en su base.	5
Ilustración 3. Amplificación dinámica para diferentes relaciones de frecuencias (frecuencia natural entre frecuencia de excitación).	6
Ilustración 4. Montaje experimental.	7
Ilustración 5. Sistemas dinámicos experimentales: (1) Sistema de periodo intermedio, (2) sistema de periodo intermedio amortiguado, (3) sistema de periodo largo, (4) sistema de periodo corto.	8

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

1. RESUMEN

Uno de los modelos más utilizados para simular sistemas dinámicos es el del péndulo invertido. A partir de la masa y de la rigidez de la estructura es posible determinar el periodo y la frecuencia de vibración del sistema. En el ensayo se evalúan 4 sistemas de 1 grados de libertad (GDL) de igual masa, pero diferente rigidez, o sea, diferente altura. A partir de una excitación en la base, que emula lo que ocurre en un sismo, se desea visualizar bajo diferentes frecuencias de vibración, el fenómeno de resonancia estructural en las estructuras. La práctica permite hacer una interesante analogía frente a lo que ocurren en las estructuras de diferentes alturas y, por lo tanto, diferentes periodos, ante la ocurrencia de sismos. Así mismo, se evalúa un sistema sub-amortiguado en el que se desea conocer su razón de amortiguamiento. En la práctica se determinan los periodos de vibración teóricos y se contrastan con los periodos de vibración experimentales de cada sistema.

2. OBJETIVOS

- Comprender los conceptos de periodo de vibración y frecuencia natural.
- Determinar el periodo de vibración en diferentes modelos dinámicos de 1 GDL de igual masa, pero diferente rigidez (o altura).
- Comprender e identificar el fenómeno de resonancia estructural en sistemas de 1 GDL ante excitaciones en la base (sismo), teniendo en cuenta la variación de la rigidez.
- Comprender el efecto del amortiguamiento en el movimiento oscilatorio de sistemas dinámicos.
- Comparar los resultados teóricos con los datos experimentales obtenidos.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Idealización de un sistema dinámico de 1GDL

El modelo del péndulo invertido permite idealizar un sistema dinámico, considerando la masa del sistema como una masa concentrada en el extremo de una barra empotrada en la base, de rigidez conocida, la cual representa la rigidez del sistema. A partir de

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	 Sistema Integrado de Gestión
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

estas características se determinan las propiedades dinámicas del sistema, es decir, sus periodos y frecuencias de vibración.

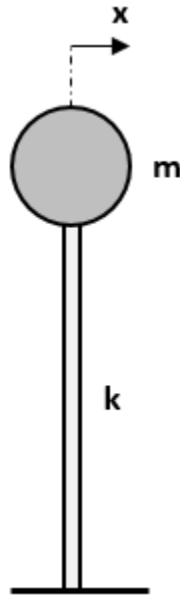


Ilustración 1. Idealización de un sistema dinámico de 1GDL a partir del modelo péndulo invertido.

La rigidez de este sistema, considerando la base como empotrada, se calcula como:

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

Donde:

k = Rigidez del sistema.

E = Módulo de elasticidad del material.

I = Momento de inercia de la sección transversal referente a la dirección del movimiento.

L = Longitud de la barra.

A partir de la masa (m), conocida, y de la rigidez del sistema (k) se calcula la frecuencia natural del sistema (ω) en radianes por segundo:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

El periodo de vibración en segundos se calcula como:

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	 SIGUD Sistema Integrado de Gestión
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

La frecuencia natural en ciclos por segundo o Hertz (Hz) se determina como el inverso del periodo, o sea:

$$f = \frac{1}{T}$$

3.2. Sistemas amortiguados

Los movimientos oscilatorios tienden a disminuir con el tiempo hasta desaparecer. Esto se debe al amortiguamiento que se presenta, el cual hace que parte de la energía se disipe. Las causas de este amortiguamiento están asociadas a diferentes fenómenos dentro de los cuales se puede contar con la fricción de la masa sobre la superficie de apoyo, el efecto del aire que rodea la masa, la cual tiende a impedir que ocurra el movimiento, la no linealidad del material, entre otros.

Existen tres casos de amortiguamiento, a saber:

- a) Sistema con amortiguamiento crítico, $\xi = 1$
- b) Sistema sobre amortiguado, $\xi > 1$
- c) Sistema sub amortiguado, $\xi < 1$

Donde, ξ corresponde a la razón de amortiguamiento crítico, y se calcula como:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}}$$

Donde, c es el amortiguamiento del sistema y c_{cr} el amortiguamiento crítico, calculado como,

$$c_{cr} = 2m\omega$$

Donde, m es la masa y ω la frecuencia natural del sistema en rad/s.

La condición de movimiento sub amortiguada ($\xi < 1$) corresponde a la posibilidad de mayor interés por cuanto es donde se presentan vibraciones en el sistema. La gran mayoría de aplicaciones prácticas en vibraciones están regidas por este caso debido al hecho de que la gran mayoría de sistemas estructurales tienen valores de

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

amortiguamiento bajos. La ecuación de movimiento para condiciones iniciales presenta la siguiente expresión:

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} \left[x_0 \cos(\omega_a t) + \left(\frac{v_0 + \xi x_0 \omega}{\omega_a} \right) \sin(\omega_a t) \right]$$

Donde, ω_a = frecuencia amortiguada

$$\omega_a = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

3.3. Excitación en la base (sismo)

La acción del sismo se puede modelar como una base móvil sobre la cual se apoya la estructura, en este caso, un sistema de 1GDL. La coordenada x_0 describe el movimiento de la base de la estructura y la ordenada x corresponde a la posición de la masa. La excitación en la base ocurre a una frecuencia determinada, que induce una aceleración que a su vez provoca la vibración del sistema.

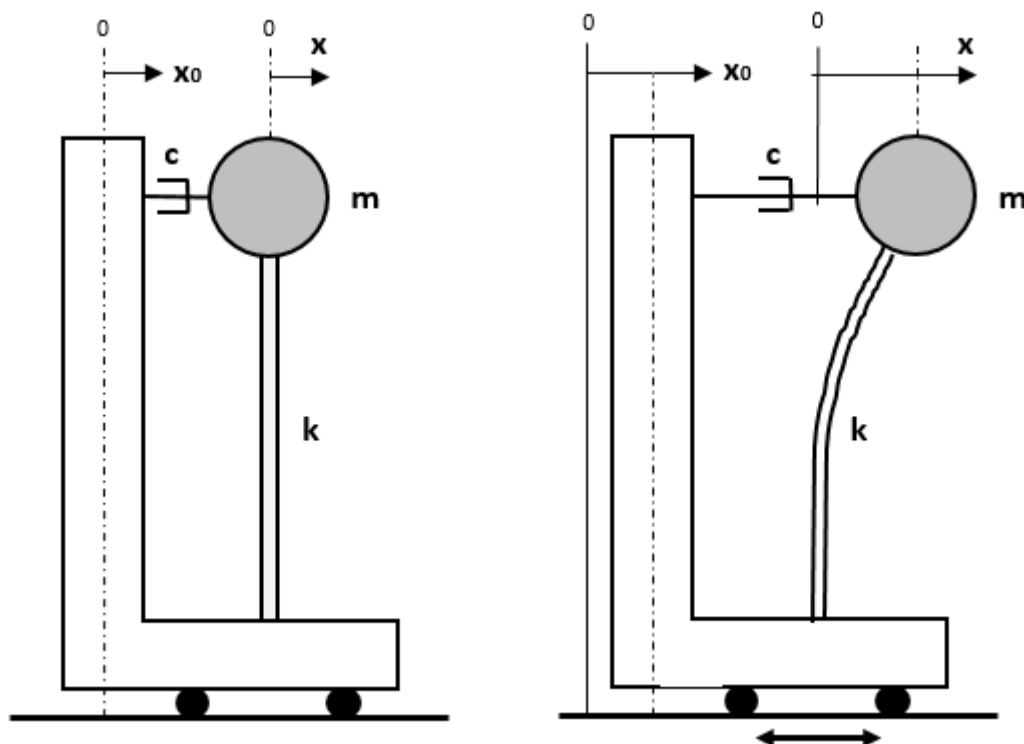


Ilustración 2. Idealización dinámica de un sistema de 1 GDL sometido a excitación en su base.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

3.4. Resonancia estructural

Cuando la frecuencia de excitación en la base de la estructura coincide con la frecuencia natural de vibración de esta, ocurre un fenómeno denominado resonancia estructural. Bajo esta condición, la respuesta de la estructura es crítica, es decir, se presentan los desplazamientos máximos. Esta condición es indeseable en cualquier estructura. Cabe mencionar que en tanto el nivel de amortiguamiento del sistema sea mayor, se tendrá una menor amplificación del movimiento.

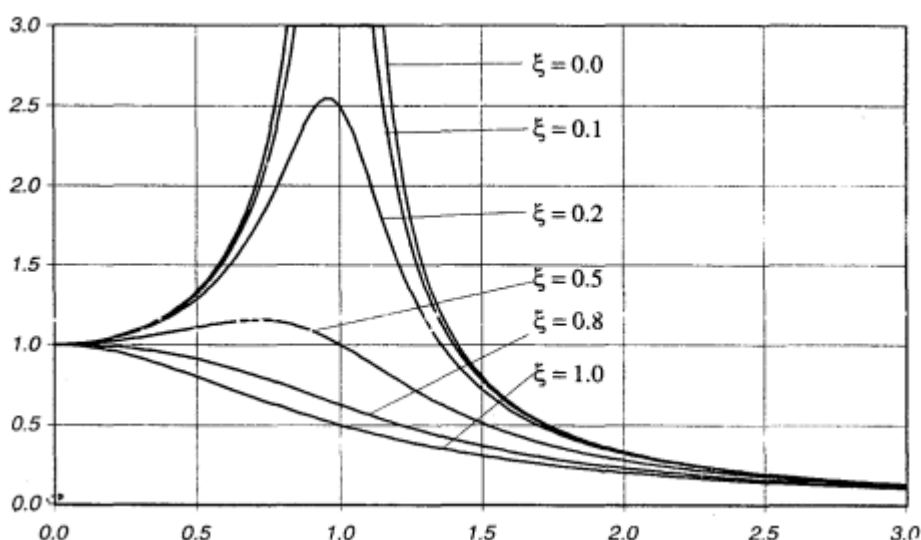


Ilustración 3. Amplificación dinámica para diferentes relaciones de frecuencias (frecuencia natural entre frecuencia de excitación).

4. MONTAJE

El ensayo consiste en evaluar los periodos de vibración y visualizar el fenómeno de resonancia de tres sistemas dinámicos de una misma masa, pero de diferente rigidez. Las masas consisten en bloques de madera de balso, la rigidez es aportada por seguetas metálicas y los apoyos se idealizan empotrados y se conformaron mediante ángulos fijados mediante tornillos. La base rígida es de madera.

Uno de los sistemas tiene un amortiguamiento considerable respecto a los otros. Para lograr esto, se unieron dos seguetas. Naturalmente esto incrementa la rigidez del sistema. Al presentarse oscilaciones, debido al efecto de la fricción entre ambas barras, se disipa rápidamente la energía del movimiento permitiendo identificar el efecto del amortiguamiento.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	 SIGUD
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

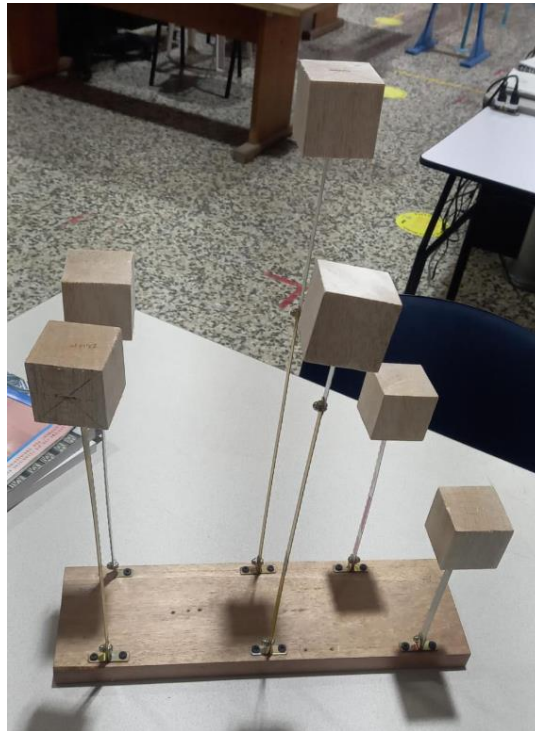


Ilustración 4. Montaje experimental.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

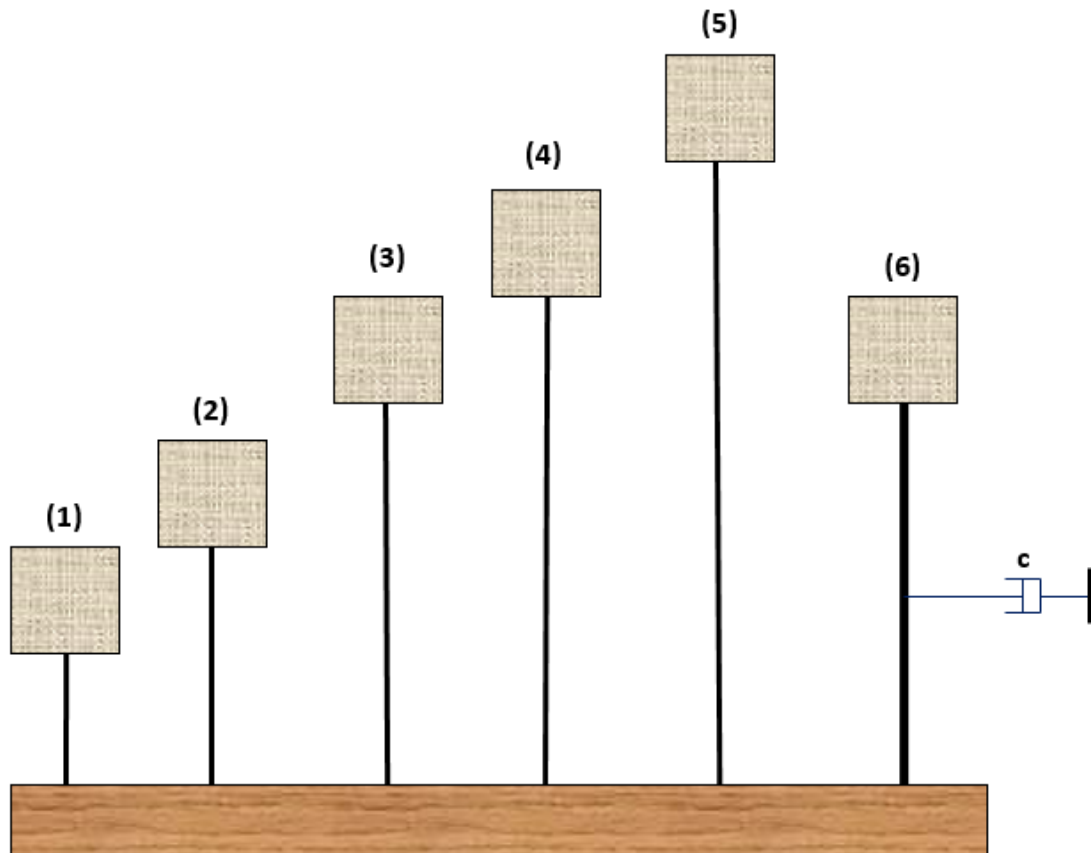


Ilustración 5. Sistemas dinámicos experimentales.

5. EQUIPO Y MATERIALES

Datos técnicos:

- Masas: $m = 22.15$ gr cada una
- Módulo de elasticidad: $E = 75$ GPa
- $L_1 = 0.139$; $L_2 = 0.193$ cm; $L_3 = 0.294$ m; $L_4 = 0.356$ m; $L_5 = 0.445$ m; $L_6 = 0.294$ m
- Sección modelos 1 al 5: 12x0.6 mm
- Sección modelo 6: 12x1.2 mm

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	 Sistema Integrado de Gestión
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

6. PROCEDIMIENTO

6.1. Evaluación del periodo de vibración de cada sistema

A cada sistema, someterle a un desplazamiento inicial e identificar su periodo natural de vibración. Los resultados a obtener se registran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Frecuencias y periodos de vibración experimentales.

Modelo	Frecuencia (Hz)	Periodo (s)	Frecuencia (rad/s)
1			
2			
3			
4			
5			
6			

A partir de la rigidez, la masa y por medio de las ecuaciones mostradas en la sección 3.1 se determinan los periodos de vibración teóricos para cada sistema. En el caso del sistema 2, el cual es amortiguado, se calculará solamente el periodo de vibración no amortiguado.

6.2. Visualización de la resonancia

Se empezará a mover la base de apoyo incrementando su frecuencia a fin de acercarse de la manera más precisa posible a la frecuencia de vibración de cada sistema. Cuando la frecuencia de excitación en la base coincida con la frecuencia natural de un sistema este entrará en un estado de resonancia estructural.

6.3. Cálculo de la razón de amortiguamiento del sistema 2

Como se comentó anteriormente, el sistema 2 corresponde a un sistema subamortiguado, ya que al evaluar el movimiento oscilatorio de la estructura se observa claramente que las amplitudes disminuyen en el tiempo.

De forma experimental se obtuvieron las frecuencias de vibración propias del sistema amortiguado. De forma teórica, a partir de la rigidez y de la masa del sistema, se obtiene la frecuencia no amortiguada. La razón de amortiguamiento se calcula entonces como:

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	 SIGUD Sistema Integrado de Gestión
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

$$\xi = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega}\right)^2}$$

A partir de este valor, se puede conocer el amortiguamiento crítico y el amortiguamiento del sistema,

$$c_{cr} = 2m\omega$$

$$c = \xi \cdot c_{cr}$$

Finalmente, de forma experimental para una condición de desplazamiento inicial por ejemplo de $x_0 = 5$ cm se puede determinar el tiempo que tarda el sistema en detener su oscilación. Se deberá contrastar dicho tiempo experimental con la respuesta dinámica del sistema para esas mismas condiciones, mediante la ecuación:

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} \left[x_0 \cos(\omega_a t) + \frac{\xi x_0 \omega}{\omega_a} \text{sen}(\omega_a t) \right]$$

Experimentalmente, para un desplazamiento inicial de 5 cm, el tiempo estimado para que el movimiento se disipe de tal forma que sea mínimo, se encuentra a partir de los 30-35 s aproximadamente.

7. REFERENCIAS

- García, L. (1998). *Dinámica Estructural Aplicada al Diseño Sísmico*. Universidad de los Andes, Departamento de Ingeniería Civil. Bogotá, Colombia.