

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

GUÍA DE LABORATORIO PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO MODAL ESPECTRAL PARA UN MODELO ESTRUCTURAL DE TRES NIVELES

CONTENIDO

1.	RESUMEN.....	2
2.	OBJETIVOS	2
3.	MARCO TEÓRICO.....	2
3.1.	Análisis modal espectral.....	2
3.2.	Métodos de combinación modal.....	4
3.2.1.	Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)	4
4.	MONTAJE DE EQUIPO Y MATERIALES.....	5
4.1.	Mesa vibratoria unidireccional.....	5
4.2.	Acelerómetro y arduino	5
4.3.	Computador portátil para el procesamiento de datos	6
4.4.	Montaje modelo estructural	7
5.	PROCEDIMIENTO	7
6.	REFERENCIAS.....	8

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1.	Mesa vibratoria unidireccional	5
Ilustración 2.	Acelerómetro y arduino.....	5
Ilustración 3.	Computador portátil.	6
Ilustración 4.	Montaje experimental para la obtención del espectro de respuesta para el análisis modal espectral.	6
Ilustración 5.	Modelo estructural, pórtico de tres niveles.	7
Ilustración 6.	Datos de entrada de la estructura.	8

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

1. RESUMEN

El análisis modal espectral consiste en uno de los principales métodos para análisis dinámico de estructuras sometidas a sismo. El método consiste en desacoplar las ecuaciones de equilibrio dinámico en ecuaciones individuales de un grado de libertad y obtener la respuesta máxima para cada grado de libertad desacoplado mediante un espectro bien sea de respuesta o de diseño. Una vez obtenido los valores de respuesta máxima se acoplan nuevamente las ecuaciones a fin de obtener las respuestas máximas modales de la estructura. En última instancia se combina cada parámetro de la respuesta dinámica a partir de métodos de combinación modal. La práctica consiste en analizar mediante técnicas espectrales un modelo estructural del laboratorio usando espectros de respuesta previamente obtenidos en el laboratorio.

2. OBJETIVOS

- Comprender los fundamentos asociados al análisis modal espectral.
- Realizar el análisis modal espectral de una estructura de tres niveles usando un espectro de respuesta previamente definido para un sismo simulado en laboratorio.
- Evaluar el comportamiento dinámico de estructuras de varios grados de libertad ante sollicitaciones sísmicas.
- Aplicar métodos de combinación modal para la obtención de la respuesta dinámica de la estructura.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Análisis modal espectral

Para un sistema de varios grados de libertad, sometido a una excitación en su base se tiene el sistema de ecuaciones de equilibrio dinámico:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = -[M][\gamma]\{\ddot{x}_0\}$$

La forma de la matriz $[\gamma]$ depende de si la estructura se ve afectada por una, dos o tres componentes del acelerograma, representadas por un vector $\{\ddot{x}_0\}$ columnar de 1, 2 o 3 términos, casos en los cuales $[\gamma]$ tiene dimensiones de $n \times 1$, $n \times 2$ o $n \times 3$, respectivamente, siendo n , el número de grados de libertad de la estructura.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

Se pueden obtener los modos $[\Phi]$ y frecuencias $[\omega^2]$ de la estructura con base en sus propiedades para vibración libre representadas en el lado derecho igual a cero en la ecuación de equilibrio; la solución del sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas se obtiene desacoplando el sistema por medio de la aplicación de la siguiente transformación:

$$\{U\} = [\Phi]\{\eta\}$$

Derivando dos veces contra el tiempo,

$$\{\ddot{U}\} = [\Phi]\{\ddot{\eta}\}$$

Y reemplazando y premultiplicando por $[\Phi]^T$ en la ecuación de movimiento dinámico,

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{\eta}\} + [\Phi]^T[K][\Phi]\{\eta\} = -[\Phi]^T[M][\gamma]\{\ddot{x}_0\}$$

Debido a las propiedades de ortogonalidad de los modos de vibración se obtiene que,

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = [I]$$

$$[\Phi]^T[K][\Phi] = [\omega^2]$$

Y, además se definen los coeficientes de participación modal como:

$$[\alpha] = [\Phi]^T[M][\gamma]$$

Tanto $[I]$ como $[\omega^2]$, son matrices diagonales, y por esto el sistema de ecuaciones se desacopla, lo cual implica que se tienen n ecuaciones independientes de un grado de libertad del tipo:

$$\ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = -\alpha_i \ddot{x}_0$$

Si se aplica amortiguamiento modal:

$$\ddot{\eta}_i + 2\xi\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = -\alpha_i\ddot{x}_0$$

La solución de las anteriores ecuaciones se puede obtener a partir de cualquier metodología paso a paso. Una vez se obtienen los valores de $\{\eta(t)\}$, para cualquier tiempo t, por medio de $\{U\} = [\Phi]\{\eta\}$ se pueden obtener los desplazamientos de la estructura para dicho instante.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

De acuerdo con la definición del espectro de respuesta de desplazamiento, el máximo valor que puede tener el desplazamiento relativo u , entre la base y la masa de un sistema de un grado de libertad sometido a un acelerograma en su base \ddot{x}_0 calculado para el mismo acelerograma es el valor que se lee del espectro de desplazamiento $S_d(T, \xi)$, empleando valores del periodo T y el amortiguamiento ξ del mismo sistema de 1 gdl.

Por lo tanto, el máximo valor que puede tener η_i en las ecuaciones anteriores corresponde al valor leído del espectro de desplazamientos de la excitación amplificado por el coeficiente de participación α_i :

$$(\eta_i)_{\max} = |\alpha_i \cdot S_d(T_i, \xi_i)|$$

Una vez obtenidos los desplazamientos modales máximos, procede ahora combinar las respuestas de cada modo a fin de obtener los parámetros de la respuesta dinámica para toda la estructura. Esto se logra mediante métodos de combinación modal.

3.2. Métodos de combinación modal

Una forma poco refinada de obtener la respuesta total de la estructura es sumando los valores absolutos de la respuesta espectral para cada modo, sin embargo, esto conduce a valores sobreestimados y en muchos casos bastante conservadores debido a la no simultaneidad de los valores máximos de las respuestas modales. En general, cuando un modo llega a su máximo; las otras respuestas modales, en ese instante, son menores que sus máximos individuales. Por esta razón, se suele recurrir a técnicas de combinación de la respuesta modal, basadas en análisis estadístico y conceptos de vibración aleatoria, los cuales permiten obtener un valor máximo factible de la respuesta.

Existen fundamentalmente dos metodologías de combinación modal; el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS) y el método de la combinación cuadrática completa (CQC). En esta práctica se hará uso del primer método.

3.2.1. Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)

Es el método más conocido de combinación modal espectral. Desarrollado por (Rosenblueth, 1951) postula que para cualquier parámetro de respuesta r , el valor

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

máximo factible del parámetro \bar{r} , al tomar en cuenta las diferentes componentes modales máximas r_i , se obtiene a través de:

$$\bar{r} = \sqrt{\sum_{i=1}^m r_i^2}$$

Se parte de la premisa de que las respuestas modales son independientes estadísticamente entre sí. Si se viola esta premisa el método conduce a resultados no conservadores. Si existen modos de vibración con periodos de vibración cercanos, en alguna medida hay correlación entre sus respuestas y el método no es aplicable.

4. MONTAJE DE EQUIPO Y MATERIALES

4.1. Mesa vibratoria unidireccional



Ilustración 1. Mesa vibratoria unidireccional

4.2. Acelerómetro y arduino

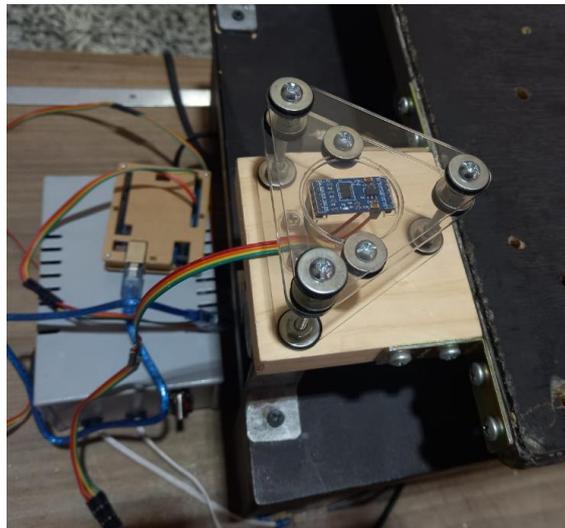


Ilustración 2. Acelerómetro y arduino.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

4.3. Computador portátil para el procesamiento de datos



Ilustración 3. Computador portátil.



Ilustración 4. Montaje experimental para la obtención del espectro de respuesta para el análisis modal espectral.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

4.4. Montaje modelo estructural



Ilustración 5. Modelo estructural, pórtico de tres niveles.

5. PROCEDIMIENTO

- Previamente se deberá haber definido el espectro de respuesta con el cual se debe hacer el análisis. Para dichos fines consultar la guía de *“Determinación de la respuesta de estructuras a sismos a partir de espectros de respuesta”*.
- Para el sismo estudiado, evaluar el comportamiento dinámico del modelo usando la mesa vibratoria.
- Realizar el análisis dinámico espectral de la estructura con la metodología vista. A continuación, se presentan los datos de entrada:

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

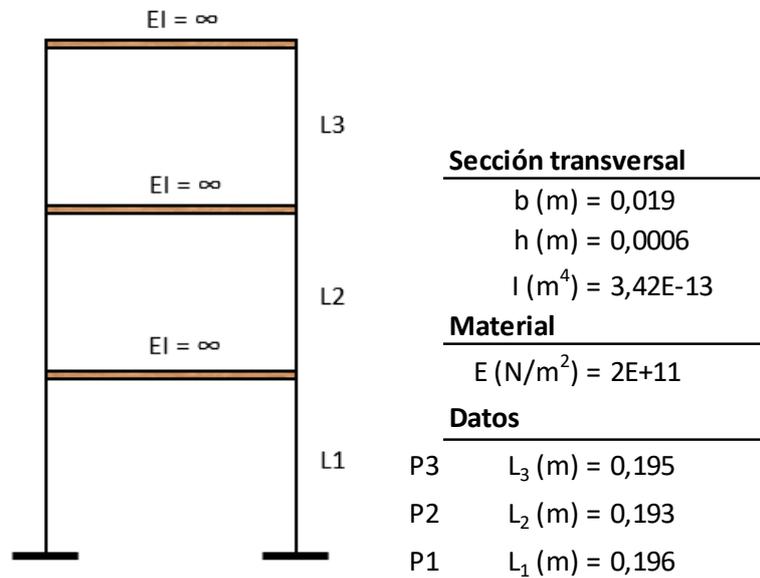


Ilustración 6. Datos de entrada de la estructura.

- Las masas de los tableros de entrepiso se asumen como diafragmas rígidos, y cada uno tiene una masa de 251 gr. Se pueden agregar pesas a cada entrepiso para realizar el análisis con masas mayores. En consecuencia, también se puede apreciar la irregularidad en altura debido a diferencia de masas.

6. REFERENCIAS

- García, L. (1998). *Dinámica Estructural Aplicada al Diseño Sísmico*. Universidad de los Andes, Departamento de Ingeniería Civil. Bogotá, Colombia.