

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

GUÍA DE LABORATORIO – PERIODOS Y MODOS DE VIBRACIÓN EN UN MODELO DINÁMICO PÉNDULO INVERTIDO DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

CONTENIDO

1. RESUMEN.....	2
2. OBJETIVOS	2
3. MARCO TEÓRICO.....	2
3.1. Análisis modal	2
4. MONTAJE DE EQUIPO Y MATERIALES.....	3
4.1. Mesa vibratoria unidireccional.....	3
4.2. Regulador de voltaje (para definir frecuencias de excitación)	4
4.3. Montaje modelo estructural	5
5. PROCEDIMIENTO	6
6. REFERENCIAS.....	7

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Mesa vibratoria unidireccional	3
Ilustración 2. Regulador de voltaje (suministrado por el laboratorio de electrónica)	4
Ilustración 3. Barra de acero con perforaciones	4
Ilustración 4. Pesas de 5 N.	5
Ilustración 5. Modelo dinámico péndulo invertido de dos masas.....	5
Ilustración 6. Formas modales del sistema.....	7

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

1. RESUMEN

Cuando se tiene un sistema dinámico de varios grados de libertad, se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas que, para vibración libre, dependen de la rigidez y de la masa del sistema. La solución del sistema consiste en resolver el problema de valores y vectores propios, que dan como resultado las frecuencias y modos de vibración del sistema, respectivamente. En el laboratorio se emplea un modelo de péndulo invertido de dos masas, y mediante la mesa vibratoria, se buscan determinar las frecuencias del sistema, a fin de excitar los modos de vibración asociados. Estos valores experimentales se comparan con valores teóricos.

2. OBJETIVOS

- Comprender el comportamiento dinámico de sistemas de varios grados de libertad.
- Comprender las propiedades dinámicas de un sistema, esto es sus frecuencias y modos de vibración.
- Obtener de forma experimental las frecuencias de vibración de los dos modos del modelo experimental, e identificar sus patrones o modos de vibración.
- Comparar los resultados obtenidos de forma experimental con valores teóricos.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Análisis modal

Para un sistema de varios grados de libertad se tiene el sistema de ecuaciones de equilibrio dinámico para vibración libre:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\}$$

Donde:

[M]: Es la matriz de masas del sistema

[K]: Es la matriz de rigidez del sistema

$\{\ddot{U}\}$: Son las aceleraciones del sistema

$\{U\}$: Son los desplazamientos del sistema

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

El problema de valores propios conduce a resolver la ecuación característica del sistema, a partir de la cual se obtienen las frecuencias de vibración. La ecuación está dada por el determinante:

$$\Delta = |[K] - \omega^2[M]| = 0$$

Donde, ω^2 son las frecuencias del sistema al cuadrado y se conocen como *valores propios*. La frecuencia más pequeña se denomina *frecuencia fundamental* y las frecuencias superiores son las frecuencias armónicas del sistema.

Para determinar los vectores propios, o los *modos de vibración* del sistema, se resuelve el sistema:

$$[K] - \omega_i^2[M] \{\phi^{(i)}\} = 0, \quad r = 1, 2, \dots, n$$

Para cada ω_i se tiene un vector $\{\phi^{(i)}\}$ conocido como modo de vibración que tiene forma definida, pero amplitud arbitraria. Cualquier combinación lineal $c\{\phi^{(i)}\}$ también es una solución del sistema de ecuaciones.

Si a uno de los elementos del vector se le asigna un valor definido cualquiera, como por ejemplo 1, los restantes $j-1$ términos quedan definidos de una forma única. Este proceso se denomina *normalización modal*.

4. MONTAJE DE EQUIPO Y MATERIALES

4.1. Mesa vibratoria unidireccional



Ilustración 1. Mesa vibratoria unidireccional

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

4.2. Regulador de voltaje (para definir frecuencias de excitación)



Ilustración 2. Regulador de voltaje (suministrado por el laboratorio de electrónica)



Ilustración 3. Barra de acero con perforaciones

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	



Ilustración 4. Pesas de 5 N.

4.3. Montaje modelo estructural

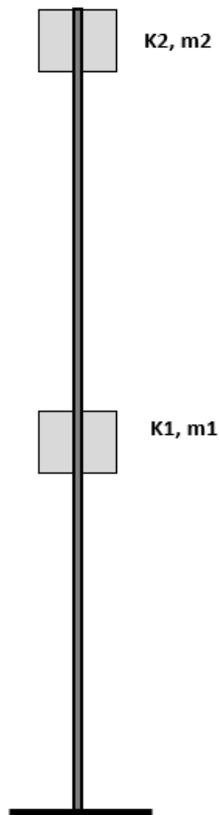


Ilustración 5. Modelo dinámico péndulo invertido de dos masas.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

DATOS DEL MATERIAL

Material: Acero
E = 200000 N/mm²
Sección: 15.8X3.6 mm
Largo: 1.3 m

PESOS

P1 10 N
P2 10 N

5. PROCEDIMIENTO

- Montar el modelo dinámico en la mesa vibratoria, ajustar las masas a las alturas deseadas. Las rigideces se calculan como:

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

Con las rigideces y las masas se definen las matrices de rigidez [K] y de masa [M], respectivamente:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix}$$

- Previamente se han debido calcular las frecuencias modales a fin de estimar las frecuencias que debe suministrar la mesa para excitar cada uno de los modos de vibración. Para esto se resuelve el problema de valores propios del sistema (ver sección 3.1)
- Para calibrar las frecuencias con la mesa se debe usar el dispositivo de regulación de voltaje suministrado por el laboratorio de electrónica (especificaciones y consideraciones a definir durante la práctica de laboratorio).
- Regular el voltaje a fin de obtener la frecuencia fundamental y el primer modo de vibración, comparar la frecuencia obtenida versus la calculada.
- Repetir el procedimiento para el segundo modo de vibración, ajustando la frecuencia de la mesa a fin de obtener la excitación del segundo modo y comparar con lo obtenido teóricamente.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

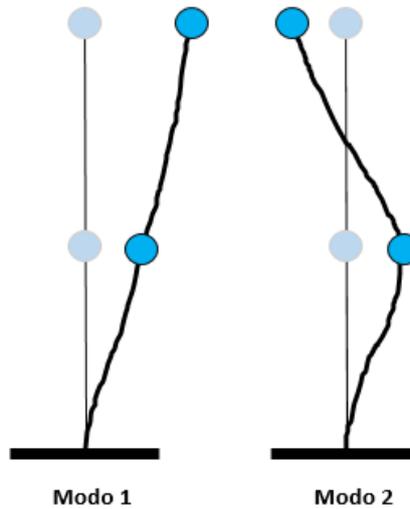


Ilustración 6. Formas modales del sistema.

6. REFERENCIAS

- García, L. (1998). *Dinámica Estructural Aplicada al Diseño Sísmico*. Universidad de los Andes, Departamento de Ingeniería Civil. Bogotá, Colombia.