

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD TECNOLÓGICA

INGENIERÍA CIVIL

DINÁMICA ESTRUCTURAL

**ANÁLISIS DINÁMICO ELÁSTICO A PARTIR DE UN MODELO
ESTRUCTURAL DE PÓRTICO TRIDIMENSIONAL DE TRES NIVELES**

Estudiantes:

Jeferson Stive Pérez Quintero – 20201579012

Juan Francisco Ortiz Martinez – 20201579022

Laboratorista:

Ing. Rubén Felipe Gómez Bautista

Docente:

Ing. Rodolfo Felizzola

BOGOTÁ

2022

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

TABLA DE CONTENIDO

1.	RESUMEN.....	4
2.	OBJETIVOS	4
3.	MARCO TEÓRICO.....	5
3.1.	Idealización dinámica de la estructura	5
3.1.1.	Idealización de la masa: masa concentrada	5
3.1.2.	Idealización de la rigidez	6
3.2.	Análisis modal cronológico.....	12
3.3.	Análisis modal espectral.....	14
3.4.	Métodos de combinación modal.....	15
3.4.1.	Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)	15
3.4.2.	Método de la combinación cuadrática completa (CQC).....	16
4.	MARCO METODOLÓGICO	17
4.1.	Diseño de los sensores para el registro de la respuesta dinámica.....	17
4.1.1.	Funcionamiento del equipo	18
4.2.	Diseño del modelo estructural.....	20
4.2.1.	Base de la estructura.....	20
4.2.2.	Diseño de la estructura.....	21
4.3.	Códigos de programación	22
4.3.1.	Código arduino	22
4.3.2.	Código de Matlab	23
5.	EQUIPO Y MATERIALES	26
5.1.	Acelerómetros	26
5.2.	Cables Jumper	27
5.3.	Arduino 1 y Matlab.....	28
6.	MONTAJE DEL MODELO ESTRUCTURAL.....	30
6.1.	Material estructural	30
7.	PROCEDIMIENTO PARA LOS ENSAYOS	35
8.	PRÁCTICAS DE LABORATORIO PROPUESTAS.....	38
8.1.	Análisis tiempo-historia de la estructura: comparación de la respuesta experimental con la respuesta obtenida de manera teórica. Análisis en una y dos direcciones.....	38
8.2.	Análisis modal espectral de la estructura, comparación de la respuesta experimental con la respuesta obtenida experimentalmente. Análisis en una y dos direcciones.....	39
9.	INVENTARIO DEL EQUIPO	39
10.	REFERENCIAS	39

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Acciones sobre un cuerpo rígido. Fuente: García (1998).....	5
Ilustración 2. Deformaciones internas de una losa, ante diferentes condiciones de carga. Fuente: García (1998)	7
Ilustración 3. Diafragma concebido como infinitamente rígido en su plano. Fuente: García (1998).	7
Ilustración 4. Deformaciones en los elementos de una estructura de un piso, con diafragma rígido en su propio plano, ante un desplazamiento en x. fuente: García (1998).	8
Ilustración 5. Grados de libertad del diafragma y de cada pórtico en el piso i. fuente: García (1998).	9
Ilustración 6. Equilibrio entre la fuerza del pórtico en el piso y las resultantes en el diafragma, para el piso i. Fuente: García (1998).	10
Ilustración 7. Soportes de los sensores para su calibración.	19
Ilustración 8. Diseño de los soportes de los sensores.	19
Ilustración 9. Diseño del soporte del regulador de voltaje.	20
Ilustración 10. Base giratoria de la estructura, fijada sobre la mesa vibratoria.	20
Ilustración 11. Diseño del montaje de la estructura.	21
Ilustración 12. Código Arduino Uno – parte I.	22
Ilustración 13. Código Arduino Uno – parte II.	22
Ilustración 14. Código Arduino Uno – parte III.	23
Ilustración 15. Código Arduino Uno – parte IV.	23
Ilustración 16. Código Matlab – parte I.	24
Ilustración 17. Código Matlab – parte II.	24
Ilustración 18. Código Matlab – parte III.	25
Ilustración 19. Código Matlab – Parte IV.	26
Ilustración 20. Acelerómetro AXDL 345.	27
Ilustración 21. Cables tipo jumper.	27
Ilustración 22. Entradas para los diferentes tipos de cable jumper.	28
Ilustración 23. Configuración de los acelerómetros con conexión a los arduino y base fijada a la mesa vibratoria.	29
Ilustración 24. Puerto HUB USB conectado a los Arduino.	29
Ilustración 25. Fibra de vidrio con resina como material de la estructura.	30
Ilustración 26. Ensayo de tensión sobre una probeta de 50 cm – laboratorio de resistencia de materiales facultad tecnológica.	31
Ilustración 27. Curva esfuerzo – deformación del material estructural.	32
Ilustración 28. Base de la estructura.	33
Ilustración 29. Diseño del entrepiso en acrílico, idealizado como diafragma rígido.	34
Ilustración 30. Montaje de la estructura.	34
Ilustración 31. Conexión activa del sensor de la mesa y los arduino.	35
Ilustración 32. Chequeo calibración y funcionamiento acelerómetro de la base “COM3”.	36
Ilustración 33. Puesta en marcha del código de Matlab para el registro en vivo de datos. Gráficas de izquierda a derecha y arriba abajo: Base, Piso 1, Piso 2, Piso 3.	36
Ilustración 34. Respuesta de aceleraciones tanto de la base como de cada uno de los niveles en las dos direcciones principales, X y Y.	37
Ilustración 35. Masa excéntrica ubicada en el segundo piso.	38
Ilustración 36. Inventario del equipo.	39

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

1. RESUMEN

El presente documento presenta una guía de laboratorio para la aplicación de un prototipo estructural que sirva como equipo para la realización de prácticas académicas en la asignatura de dinámica estructural. El prototipo consiste en una estructura de pórtico con tres niveles, constituida por columnas y vigas de fibra de vidrio con resina como material estructural y diafragmas rígidos constituidos por acrílico. En cada nivel se tendrán instalados acelerómetros que permitan registrar las aceleraciones de cada piso sumándole el acelerómetro que tiene la mesa actualmente el cual registra la aceleración de esta. El objeto con este montaje es la de obtener los registros tiempo-historia de aceleración para la estructura para cualquier excitación en la base que se le suministre al sistema a fin de hacer análisis tanto en una dirección como en dos direcciones. Esto se hace posible mediante la conexión de los acelerómetros a un arduino, que, a su vez, mediante un código de programación en Matlab se exportan a un computador portátil a fin de poder visualizar la respuesta dinámica en vivo y poder registrar los datos en un archivo de Excel.

Esta propuesta es innovadora y queda como un insumo importante para el laboratorio de estructuras debido a que permite generar prácticas de laboratorio académicas e investigativas en donde se puedan comprender y analizar los diferentes conceptos asociados a la dinámica estructural. Las prácticas propuestas están orientadas hacia el análisis dinámico espectral y cronológico para sistemas elásticos.

A lo largo del documento se presentan los fundamentos teóricos, la metodología, las especificaciones y diseño del equipo y su instrumentación. Finalmente se dejan propuestas prácticas académicas para su eventual aplicación.

2. OBJETIVOS

- Construir un modelo estructural con sistema de pórtico de tres niveles con acelerómetros en cada piso que permita la realización de prácticas académicas e investigativas en el laboratorio de estructuras para la asignatura de dinámica estructural.
- Elaborar el montaje del sistema de acelerómetros a fin de poder registrar la respuesta dinámica de la estructura junto con la aceleración de la base y exportarla los datos obtenidos a un archivo Excel.

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

- Definir las propiedades y características de la estructura, y los insumos necesarios tales como materiales, equipo y herramientas para el montaje experimental.
- Proponer prácticas de laboratorio a realizar haciendo uso del modelo realizado.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Idealización dinámica de la estructura

3.1.1. Idealización de la masa: masa concentrada

Una de las idealizaciones más comunes en el análisis y modelado de edificios es la de asumir que todas las masas se concentran en un punto, denominado el centro de masas. Dentro de un estricto rigor las masas concentradas sólo pueden ser utilizadas en el análisis dinámico de cuerpos rígidos. No obstante, cuando la rigidez de algunos elementos es grande en relación a otros, se realiza una aproximación de considerar dichos elementos como infinitamente rígidos. Tal aproximación en muchas ocasiones puede llegar a simplificar la solución del problema dinámico enormemente. Lo cual implica que las propiedades inerciales se pueden expresar en el centro de masas del cuerpo.

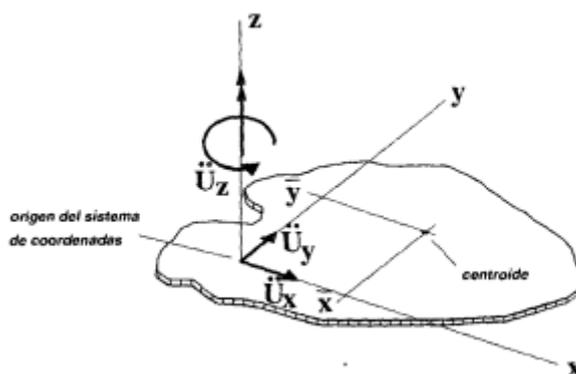


Ilustración 1. Acciones sobre un cuerpo rígido. Fuente: García (1998).

Las resultantes de las fuerzas inerciales sobre el cuerpo rígido pueden ser expresadas como:

$$\{F\} = [M]\{\ddot{U}\}$$

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

Una forma conveniente de expresar la matriz de rigidez es colocando el origen de coordenadas en el centro de masas, lo que implica que las aceleraciones solo induzcan fuerzas inerciales en la dirección y sentido de la misma aceleración. De esta forma la expresión matricial queda:

$$\begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \\ Fz \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{A} J_0 \end{bmatrix}$$

Donde:

m: es la masa total del cuerpo

A = Área del elemento

J_0 = Momento polar de inercia del cuerpo, con respecto al centroide, $J_0 = I_{xx} + I_{yy}$

Para cuerpos rectangulares de ancho a y largo b, el momento polar de inercia se expresa como:

$$J_0 = \frac{ab}{12} (a^2 + b^2)$$

Ahora bien, cuando se tiene un conjunto de cuerpos rígidos unidos entre sí por medio de conexiones totalmente rígidas, es posible sumar los efectos de cada uno de ellos. La forma de la matriz de masa del conjunto es la siguiente:

$$[M] = \begin{bmatrix} \sum_i m_i & 0 & -\sum (\bar{y}_i m_i) \\ 0 & \sum_i m_i & \sum (\bar{x}_i m_i) \\ -\sum (\bar{y}_i m_i) & \sum (\bar{x}_i m_i) & \sum_i \left(\frac{m_i}{A_i} J_{oi} + m_i (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2) \right) \end{bmatrix}$$

3.1.2. Idealización de la rigidez

En el caso de la rigidez, similar al caso de la matriz de masa, la cual está influenciada por la localización del sistema de coordenadas. La escogencia de la localización de los grados de libertad influye enormemente en la forma de las ecuaciones de equilibrio dinámico.

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

Los grados de libertad que se utilicen en el análisis dinámico de la estructura deben ser comunes a las componentes estáticas, reflejadas a través de la matriz de rigidez, y a las componentes dinámicas reflejadas a través de la matriz de masas, e inclusive el amortiguamiento.

- **Diafragma rígido**

Una losa de entrepiso de la estructura de una edificación, como es por ejemplo una losa maciza de espesor adecuado para las luces que salva, es mucho más rígida en su propio plano que transversalmente,

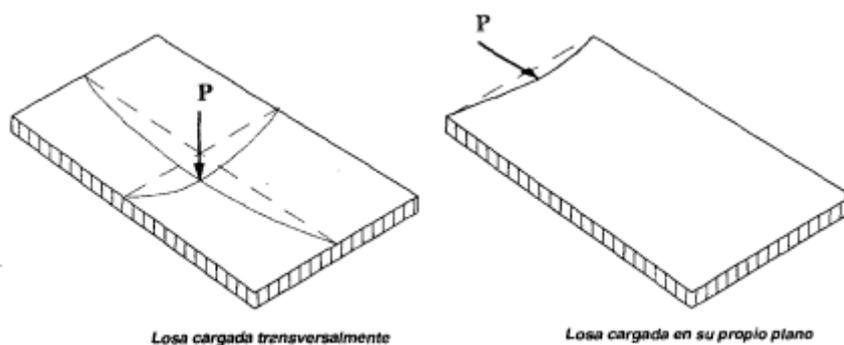


Ilustración 2. Deformaciones internas de una losa, ante diferentes condiciones de carga.
Fuente: García (1998)

Se puede entonces aproximar a un cuerpo infinitamente rígido para desplazamientos en su propio plano. A partir de esto, cualquier punto de la losa o del diafragma puede describirse a partir de dos desplazamientos ortogonales X y Y, y un giro alrededor de un eje perpendicular al plano del diafragma, Z.

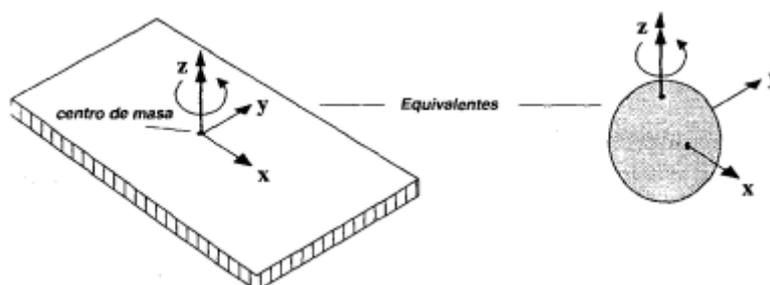


Ilustración 3. Diafragma concebido como infinitamente rígido en su plano. Fuente: García (1998).

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

Si el diafragma tiene un desplazamiento que incluya componentes de traslación horizontal y rotación alrededor de un eje vertical, estos desplazamientos siempre pueden ser expresados en función de las 3 variables x , y y z .

Los desplazamientos verticales, dirección en la cual el diafragma es flexible, son posibles. Igualmente, las rotaciones alrededor de los ejes horizontales no hacen parte de la consideración del diafragma infinitamente rígido.

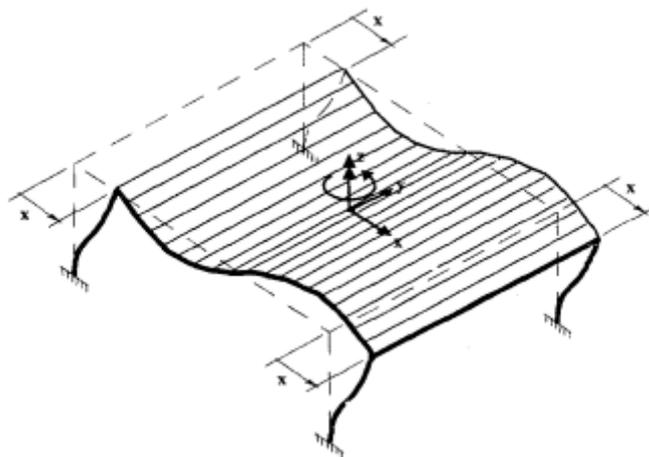


Ilustración 4. Deformaciones en los elementos de una estructura de un piso, con diafragma rígido en su propio plano, ante un desplazamiento en x . fuente: García (1998).

En síntesis, dos puntos cualesquiera que hagan parte de la losa de entrepiso que se supuso como diafragma rígido, están inhabilitados para tener desplazamientos relativos que puedan contener dentro del plano horizontal. No obstante, pueden tener desplazamientos relativos en dirección vertical y giros con respecto a cualquier eje horizontal.

- **Obtención de la matriz de rigidez en coordenadas globales para un análisis pseudo espacial**

Para obtener la matriz de rigidez $[K]$ de un sistema de grados de libertad, idealizando las losas para una estructura de edificio como un diafragma infinitamente rígido puede realizarse el siguiente procedimiento:

- a) Simplificar los grados de libertad verticales y rotacionales

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

En el caso de que se tengan estructuras bajas, y que la rigidez axial de las columnas sea considerable; se puede asumir que las deformaciones axiales son tan pequeñas que pueden ser despreciables. Por otra parte, si además se idealiza a la estructura como un edificio de cortante, en donde se desprecian las rotaciones en los nudos viga-columna, se considera únicamente la rigidez que aporta cada columna. Idealizando apoyos empotrados, la rigidez de cualquier piso de la estructura puede obtenerse como:

$$k_i = \frac{12EI}{L^3}$$

Y la matriz de un pórtico ortogonal en una dirección, por ejemplo, de tres niveles puede obtenerse como:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 & 0 \\ -k_3 & k_2 + k_3 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_3 \\ u_2 \\ u_1 \end{Bmatrix}$$

La matriz es de 3x3 ya que, en el análisis dinámico, se considera que por cada piso el pórtico tiene un desplazamiento posible, o sea, un grado de libertad. En caso de considerar las deformaciones por giro en los nudos, la matriz de rigidez [k] debe obtenerse por medio del procedimiento de condensación estática.

- b) Transformación de los grados de libertad del pórtico de un desplazamiento por piso a los tres grados de libertad por piso de cada diafragma.

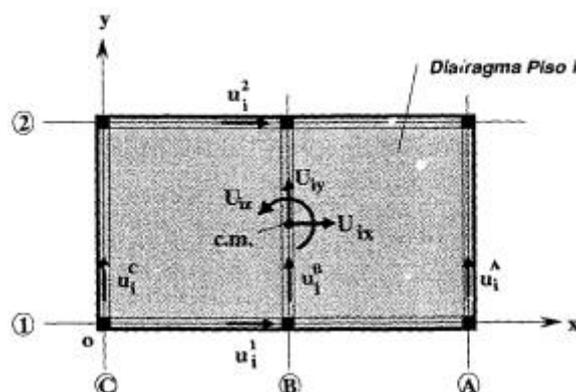


Ilustración 5. Grados de libertad del diafragma y de cada pórtico en el piso i. fuente: García (1998).

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

Se debe plantear el equilibrio entre la fuerza que actúa en cada pórtico del piso i y las resultantes en el centro de masas del diafragma.

Para tal efecto, se considera la fuerza que actúa en el piso del pórtico como una fuerza local y los del centroide del diafragma como globales.

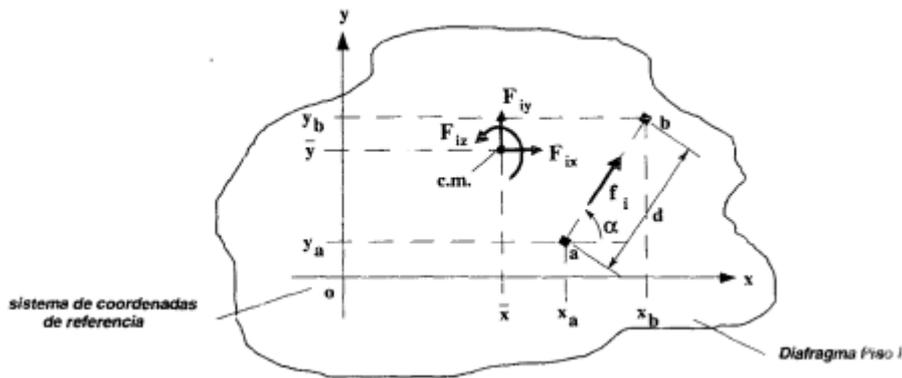


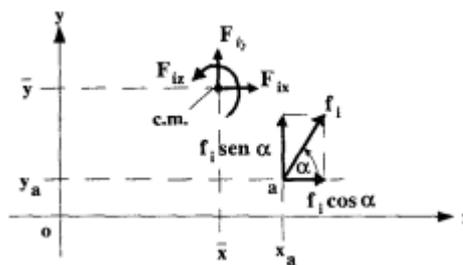
Ilustración 6. Equilibrio entre la fuerza del pórtico en el piso y las resultantes en el diafragma, para el piso i . Fuente: García (1998).

Los puntos a y b definen la dirección positiva de la fuerza, al ir de a a b . Estos puntos deben estar situados en la línea de acción del pórtico. De la figura,

$$d = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{(y_b - y_a)}{d}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{(x_b - x_a)}{d}$$



Y del equilibrio se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{iz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cos } \alpha \\ \text{sen } \alpha \\ (\bar{y}_i - y_a)\text{cos } \alpha - (\bar{x}_i - x_a)\text{sen } \alpha \end{bmatrix} \{f_i\}$$

De donde:

$$\{F_i\} = [t_i]\{f_i\}$$

Debido a que el centro de masa puede tener una localización diferente en cada piso, se define para cada piso i :

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

$$r_i = (\bar{y}_i - y_a)\cos\alpha - (\bar{x}_i - x_a)\text{sen}\alpha$$

Y entonces,

$$\begin{Bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{iz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 \\ \text{sen}\alpha & 0 & 0 \\ r_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \{f_i\}$$

Matricialmente,

$$\{F\} = [T_p]\{f\}$$

Donde $[T_p]$ es la matriz de transformación de cada pórtico y tiene dimensiones de $3n$ filas por n columnas, donde n es el número de pisos.

Se puede demostrar que la matriz de rigidez en coordenadas globales para cualquier pórtico se obtiene como:

$$[K_p] = [T_p][k][T_p]^T$$

Donde, $[K_p]$ corresponde a la matriz de rigidez del pórtico expresada en función de los grados de libertad de toda la estructura. Para un piso esta matriz será de 3×3 .

Así, las fuerzas horizontales en cada pórtico serán:

$$\{F_p\} = [K_p]\{u\}$$

c) Ensamblaje de la matriz de rigidez de toda la estructura

Para un número total de q pórticos:

$$[K_E] = \sum_{i=1}^q [K_p^i]$$

En última instancia, y obtenida la matriz de rigidez de la estructura $[M_E]$ se plantean las ecuaciones de equilibrio dinámico que para vibración libre son:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\}$$

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

Y a partir de esta condición se realiza la solución modal de sistema, obteniendo las frecuencias y modos de vibración de la estructura para posteriormente efectuar un análisis sísmico.

3.2. Análisis modal cronológico

Para un sistema dinámico de varios grados de libertad, sometido a una excitación en su base se tiene el sistema de ecuaciones de equilibrio dinámico:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = -[M][\gamma]\{\ddot{x}_0\}$$

Donde $\{\ddot{U}\}$ y $\{U\}$ son las aceleraciones y desplazamientos del sistema, respectivamente, $[M]$ la matriz de masas y $[K]$ la matriz de rigidez. La forma de la matriz $[\gamma]$ depende de si la estructura se ve afectada por una, dos o tres componentes del acelerograma, representadas por el vector $\{\ddot{x}_0\}$ columnar de 1, 2 o 3 términos, casos en los cuales $[\gamma]$ tiene dimensiones de $n \times 1$, $n \times 2$ o $n \times 3$, respectivamente, siendo n , el número de grados de libertad de la estructura.

Para un sistema de n grados de libertad orientado hacia un análisis plano, la matriz direccional se convierte en:

$$\{\gamma\} = \{1\}_{n \times 1}$$

Por otro lado, si se realiza un análisis tridimensional de la estructura, considerando las dos componentes del acelerograma X y Y, incluyendo la participación de los modos rotacionales la matriz direccional queda, por ejemplo, para el caso de un sistema con un diafragma rígido:

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3d \times 3}$$

Donde d es el número de diafragmas. Si se tuviesen dos diafragmas rígidos la matriz γ sería de 6×3 .

Se pueden obtener los modos $[\Phi]$ y frecuencias $[\omega^2]$ de la estructura con base en sus propiedades para vibración libre representadas en el lado derecho igual a cero en la ecuación de equilibrio; la solución del sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

se obtiene desacoplando el sistema por medio de la aplicación de la siguiente transformación:

$$\{U\} = [\Phi]\{\eta\}$$

Derivando dos veces contra el tiempo,

$$\{\ddot{U}\} = [\Phi]\{\ddot{\eta}\}$$

Y reemplazando y premultiplicando por $[\Phi]^T$ en la ecuación de movimiento dinámico,

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{\eta}\} + [\Phi]^T[K][\Phi]\{\eta\} = -[\Phi]^T[M][\gamma]\{\ddot{x}_0\}$$

Debido a las propiedades de ortogonalidad de los modos de vibración se obtiene que,

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = [I]$$

$$[\Phi]^T[K][\Phi] = [\omega^2]$$

Y, además se definen los coeficientes de participación modal como:

$$[\alpha] = [\Phi]^T[M][\gamma]$$

Tanto $[I]$ como $[\omega^2]$, son matrices diagonales, y por esto el sistema de ecuaciones se desacopla, lo cual implica que se tienen n ecuaciones independientes de un grado de libertad del tipo:

$$\ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = -\alpha_i \ddot{x}_0$$

Si se aplica amortiguamiento modal:

$$\ddot{\eta}_i + 2\xi\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = -\alpha_i\ddot{x}_0$$

La solución de las anteriores ecuaciones se puede obtener a partir de cualquier metodología paso a paso. Una vez se obtienen los valores de $\{\eta(t)\}$, para cualquier tiempo t, por medio de $\{U\} = [\Phi]\{\eta(t)\}$ se pueden obtener los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de la estructura para cualquier instante de tiempo t. La respuesta total de la estructura se puede obtener a partir de superposición modal o a partir de métodos de combinación modal (ver sección 3.3):

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

$$\begin{aligned}\{U\} = [\phi]\{\eta\} &= \sum_{i=1}^n \{\phi^{(i)}\} \cdot \eta_i(t) = \{\phi^{(1)}\} \cdot \eta_1(t) + \{\phi^{(2)}\} \cdot \eta_2(t) + \dots + \{\phi^{(n)}\} \cdot \eta_n(t) \\ &= \{U^{(1)}\} + \{U^{(2)}\} + \dots + \{U^{(n)}\}\end{aligned}$$

Las fuerzas dinámicas inerciales que se presentan en la estructura, correspondientes a cada modo, pueden obtenerse multiplicando los desplazamientos de cada modo por la matriz de rigidez de la estructura:

$$\{F^{(i)}\} = [K]\{U^{(i)}\}$$

A partir de las fuerzas inerciales se pueden obtener los cortantes en el nivel i como la suma algebraica de las fuerzas hasta el nivel i y el cortante basal como la suma de todas las fuerzas o bien el cortante resultante en el nivel 0.

3.3. Análisis modal espectral

El análisis modal espectral consiste en obtener la máxima respuesta dinámica de un sistema a partir de espectros de respuesta o bien, espectros elásticos de diseño (como el de la NSR-10). De acuerdo con lo enunciado en la sección 3.1 la ecuación desacoplada para el grado de libertad i de un sistema de n grados de libertad queda expresada como:

$$\ddot{\eta}_i + 2\xi\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = -\alpha_i\ddot{x}_0$$

Así mismo, de acuerdo con la definición del espectro de respuesta de desplazamiento, el máximo valor que puede tener el desplazamiento relativo u , entre la base y la masa de un sistema de un grado de libertad sometido a un acelerograma en su base \ddot{x}_0 calculado para el mismo acelerograma es el valor que se lee del espectro de desplazamiento $S_d(T, \xi)$, empleando valores del periodo T y el amortiguamiento ξ del mismo sistema de 1 gdl. El periodo T se obtiene de la solución modal del sistema para condiciones de vibración libre para el modo i .

Por lo tanto, el máximo valor que puede tener η_i en las ecuaciones anteriores corresponde al valor leído del espectro de desplazamientos de la excitación amplificado por el coeficiente de participación α_i :

$$(\eta_i)_{\max} = |\alpha_i \cdot S_d(T_i, \xi_i)|$$

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

Una vez obtenidos los desplazamientos modales máximos, se procede ahora a combinar las respuestas de cada modo a fin de obtener los parámetros de la respuesta dinámica para toda la estructura (desplazamientos, derivas, fuerzas, cortantes). Esto se logra mediante métodos de combinación modal.

3.4. Métodos de combinación modal

Una forma poco refinada de obtener la respuesta total de la estructura es sumando los valores absolutos de la respuesta espectral para cada modo, sin embargo, esto conduce a valores sobreestimados y en muchos casos bastante conservadores debido a la no simultaneidad de los valores máximos de las respuestas modales. En general, cuando un modo llega a su máximo; las otras respuestas modales, en ese instante, son menores que sus máximos individuales. Por esta razón, se suele recurrir a técnicas de combinación de la respuesta modal, basadas en análisis estadístico y conceptos de vibración aleatoria, los cuales permiten obtener un valor máximo factible de la respuesta.

Existen fundamentalmente dos metodologías de combinación modal; el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS) y el método de la combinación cuadrática completa (CQC).

3.4.1. Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)

Es el método más conocido de combinación modal espectral. Desarrollado por (Rosenblueth, 1951) postula que para cualquier parámetro de respuesta r , el valor máximo factible del parámetro \bar{r} , al tomar en cuenta las diferentes componentes modales máximas r_i , se obtiene a través de:

$$\bar{r} = \sqrt{\sum_{i=1}^m r_i^2}$$

Se parte de la premisa de que las respuestas modales son independientes estadísticamente entre sí. Si se viola esta premisa el método conduce a resultados no conservadores. Si existen modos de vibración con periodos de vibración cercanos, en alguna medida hay correlación entre sus respuestas y el método no es aplicable.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

3.4.2. Método de la combinación cuadrática completa (CQC)

Cuando las respuestas de los grados de libertad desacoplados, no son estadísticamente independientes el método SRSS no es viable. En este caso es conveniente utilizar otros métodos. El método CQC es el más usado. La forma de combinar la respuesta de los diferentes parámetros modales, r , se expresa de la siguiente forma:

$$\bar{r} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (r_i \cdot r_j \cdot \rho_{ij})}$$

Donde:

r_i, r_j = Respuestas modales máximas del parámetro para los modos i y j respectivamente.

ρ_{ij} = Coeficiente de correlación entre los dos modos, el cual varía entre cero y uno, siendo uno para el modo con sí mismo.

Otra forma de representar la combinación de las respuestas es la propuesta de Rosenblueth (1969):

$$\bar{r} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^m r^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m (r_i \cdot r_j \cdot \rho_{ij})}$$

La primera sumatoria corresponde al método SRSS, el cual es un caso particular del método CQC cuando los coeficientes de correlación entre los modos son cero, lo cual ocurre sólo cuando hay independencia estadística entre ellos.

Der Kiureghian (1981) propuso una forma diferente de calcular los coeficientes de correlación, la cual es la más empleada a día de hoy (García, 1998). Los coeficientes de correlación se obtienen por medio de:

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j} \cdot (\xi_i + \beta_{ij} \xi_j) \cdot (\beta_{ij})^{3/2}}{(1 - \beta_{ij}^2)^2 + 4\xi_i \xi_j \beta_{ij} (1 + \beta_{ij}^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2) \beta_{ij}^2}$$

Donde:

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

ξ_i, ξ_j = Coeficientes de amortiguamiento de los modos i y j, respectivamente

$\beta_{ij} = \omega_i/\omega_j$, siendo ω_i y ω_j las frecuencias naturales en (rad/s) de los modos i y j, respectivamente.

Cuando se tiene $\xi_i = \xi_j$ se tendrá:

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2(1 + \beta_{ij}) \cdot (\beta_{ij})^{3/2}}{(1 - \beta_{ij}^2)^2 + 4\xi^2\beta_{ij}(1 + \beta_{ij}^2)^2}$$

Cuando no se tiene amortiguamiento, el coeficiente de correlación es cero.

Para amortiguamientos de hasta el 10% del crítico, para frecuencias que difieran por un factor de 2 o más ($0.5 > \beta_{ij}$ o $\beta_{ij} > 2$), el coeficiente de correlación ρ_{ij} se mantiene por debajo de 0.10. La importancia del método CQC se hace manifiesta cuando existen frecuencias naturales cercanas, de resto los resultados obtenidos son prácticamente los mismos que se obtendrían con el método SRSS

4. MARCO METODOLÓGICO

Para alcanzar el objetivo técnico del proyecto se propone una estructura cuyo ensamble y funcionamiento sea acorde a los fundamentos teóricos planteados previamente, propios de la dinámica estructural. Para tales efectos se consideran dos tópicos: el diseño del equipo necesario para registrar la respuesta dinámica (aceleración) y el diseño del modelo estructural.

4.1. Diseño de los sensores para el registro de la respuesta dinámica

Para el registro de las aceleraciones se opta por el uso de sensores de aceleración AXDL 345 cuyo funcionamiento requiere de un arduino por sensor, un puerto USB para conectar los Arduino con su respectivo código de programación que registre los pulsos para intervalos de tiempo definidos.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

4.1.1. Funcionamiento del equipo

Para el correcto funcionamiento del equipo se debe proyectar un método de calibración tanto en el plano horizontal XY (0,0) y con respecto al sentido de vibración de la mesa vibratoria.

Método de calibración plano XY

La placa del sensor debe quedar debidamente ajustada en el plano XY mediante una calibración manual con un nivel. Para tales efectos se dispone en el montaje de unos soportes ajustables. Sin embargo, se debe tener en cuenta una corrección por defectos de fabricación que puedan presentar los sensores. Para ello, dicho factor se contempla en el código de arduino a crear.

Método de calibración en la dirección de vibración de la mesa

Para colocar de forma ortogonal los ejes de cada sensor a los ejes de vibración de la mesa, se debe considerar una estructura que tenga la capacidad de rotar en el plano XY, alrededor del eje Z.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

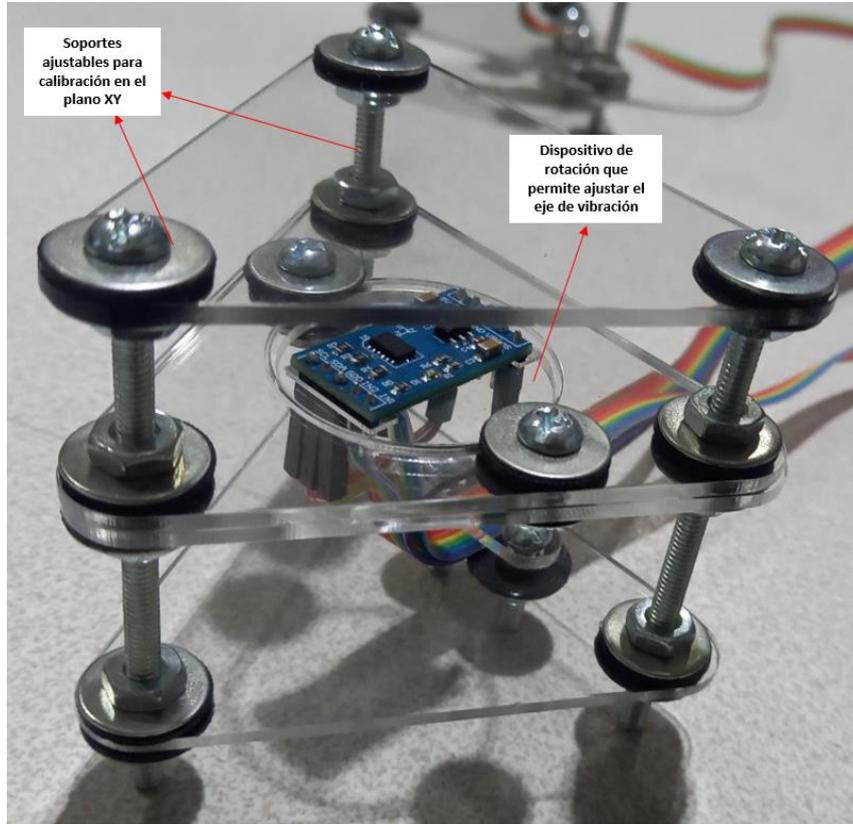


Ilustración 7. Soportes de los sensores para su calibración.

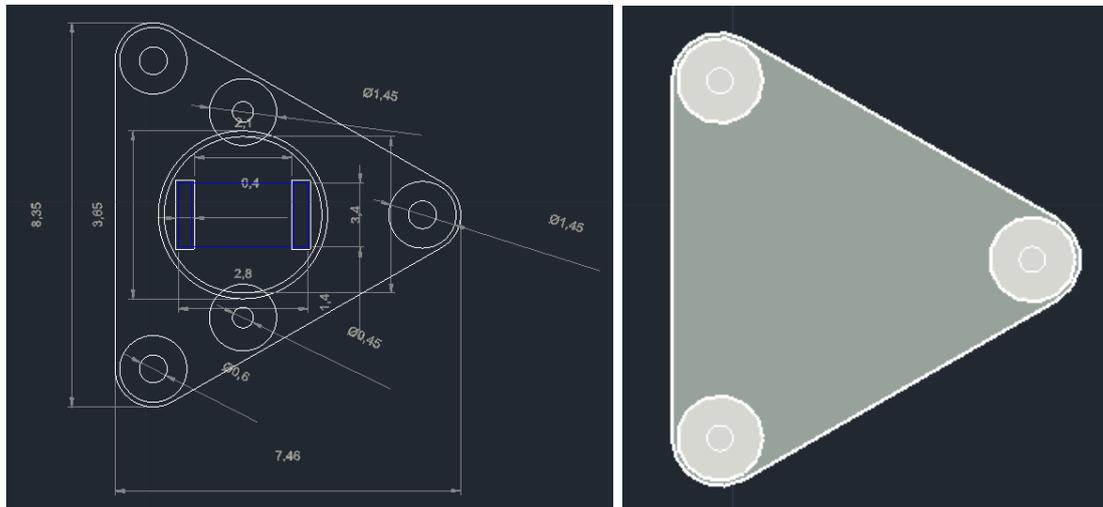


Ilustración 8. Diseño de los soportes de los sensores.

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

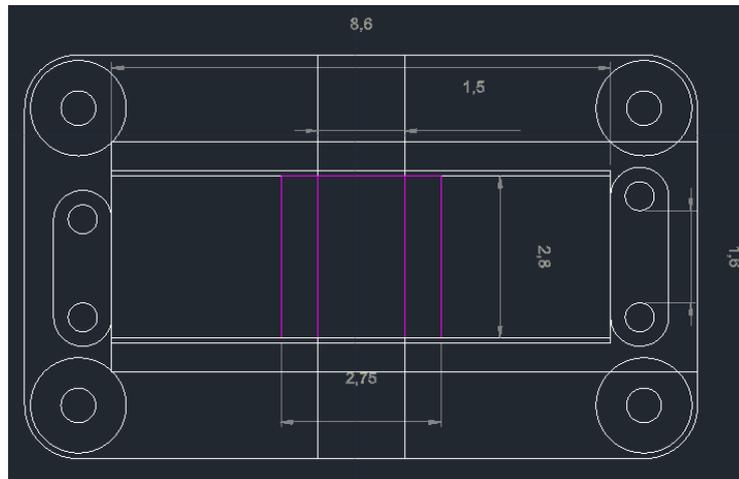


Ilustración 9. Diseño del soporte del regulador de voltaje.

4.2. Diseño del modelo estructural

4.2.1. Base de la estructura

La base de la estructura se contempla en una base de madera la cual irá empotrada en la mesa vibratoria. Sobre esta se construirá una base la cual permita generar la rotación de los ejes de la estructura a fin de poder realizar análisis tanto en una dirección como en dos direcciones.

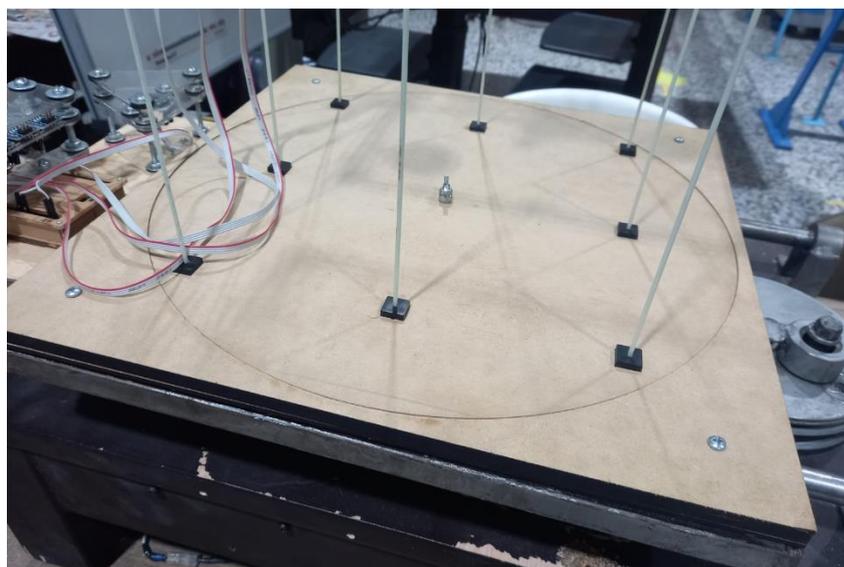


Ilustración 10. Base giratoria de la estructura, fijada sobre la mesa vibratoria.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

4.2.2. Diseño de la estructura

El sistema estructural planteado es un sistema de pórtico, consistentes en columnas unidas a un entramado de vigas adheridas a un diafragma el cual se va a idealizar como rígido. Los apoyos de las columnas serán idealizados como empotrados. Dentro del modelo se va a tener en cuenta las conexiones viga-columna, a partir de nodos fabricados que permitan idealizar una conexión rígida.

Como se comentó anteriormente, se plantea el diseño de una estructura que permita la aplicación del concepto de diafragma rígido en edificios.

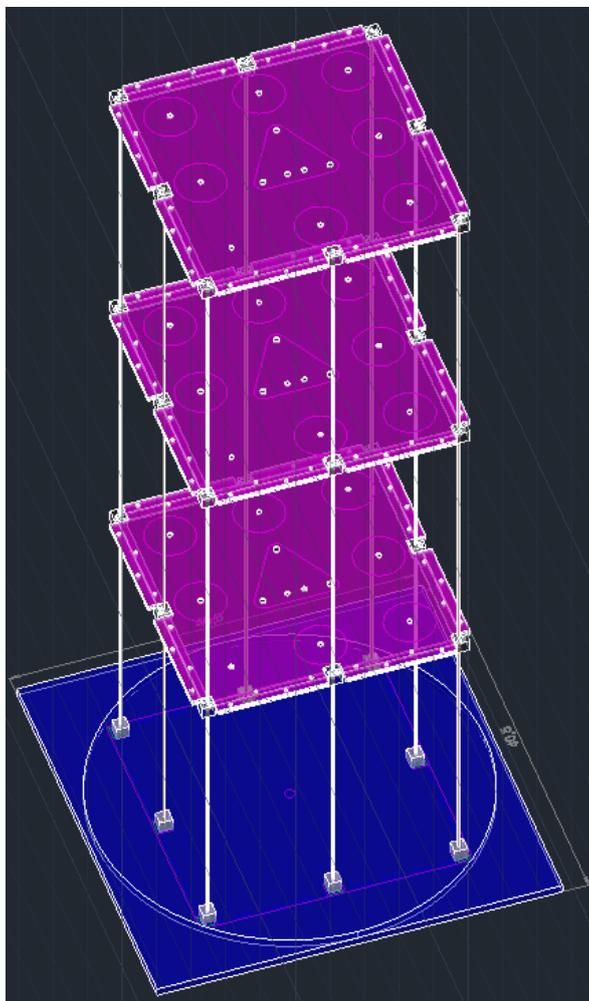


Ilustración 11. Diseño del montaje de la estructura.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

4.3. Códigos de programación

4.3.1. Código arduino

Como los sensores trabajan con arduino, entonces se propone un código en la plataforma arduino que permita registrar los datos que recibe cada sensor a partir de pulsos a un intervalo de tiempo definido. Se contempla dentro del código entre otros ítems, la calibración propuesta, los ejes a registrar, los factores de corrección y las gráficas de aceleración de cada sensor.

```

1  /* *****
2  This code sets four ADXL345 breakout boards for receive real time data from x and y axis.
3  Then the UNO sends this information trough serial.
4  * *****/
5
6  #include <SparkFun_ADXL345.h>      // SparkFun ADXL345 Library
7
8  /****** COMMUNICATION SELECTION *****/
9  // USE FOR I2C COMMUNICATION
10 ADXL345 adx1 = ADXL345();
11
12 // Sensors adjustments
13 float adx11_adj[2] = {0, 0}; // Base Com 3 - Calibrado
14 float adx12_adj[2] = {0.0, 0.0}; // Piso 1 Com 9 - Calibrado
15 float adx13_adj[2] = {-0.27, -0.27}; // Piso 2 Com10 - Calibrado
16 float adx14_adj[2] = {-0.27, 0}; // Piso 3 Com 8 - Calibrado
17
18 /****** SETUP *****/
19 /*      Configure ADXL345 Settings      */
20 void setup() {
21   setup_adx1(adx1);
22   Serial.begin(115200);      // Start the serial terminal
23 }

```

Ilustración 12. Código Arduino Uno – parte I.

```

ADXL345_I2C.ino
--
24
25 /****** MAIN CODE *****/
26 /*      Accelerometer Readings and Interrupt      */
27 void loop(){
28   String adxl_accel;
29   adxl_accel = read_adxl(adx1, adx12_adj); // Según el número (#) del sensor, poner adxl#_adj
30   Serial.println(adxl_accel);
31   delay(10);
32 }
33
34 void setup_adxl(ADXL345 adx1){
35   adx1.powerOn();      // Power on the ADXL345
36   delay(200);
37   adx1.setRangeSetting(16);      // Give the range settings
38   // Accepted values are 2g, 4g, 8g or 16g
39   // Higher Values = Wider Measurement Range
40   // Lower Values = Greater Sensitivity
41
42 }
--

```

Ilustración 13. Código Arduino Uno – parte II.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

```

ADXL345_I2C.ino
41
42 adxl.setSpiBit(0); // Configure the device to be in 4 wire SPI mode when set to '0' or 3 wire SPI mode when set to 1
43 // Default: Set to 1
44 // SPI pins on the ATmega328: 11, 12 and 13 as reference in SPI Library
45 delay(200);
46 adxl.setActivityXYZ(0, 0, 0); // Set to activate movement detection in the axes "adxl.setActivityXYZ(X, Y, Z);" (1 == ON, 0 == OFF)
47 adxl.setActivityThreshold(0); // 62.5mg per increment // Set activity // Inactivity thresholds (0-255)
48
49 adxl.setInactivityXYZ(0, 0, 0); // Set to detect inactivity in all the axes "adxl.setInactivityXYZ(X, Y, Z);" (1 == ON, 0 == OFF)
50 adxl.setInactivityThreshold(75); // 62.5mg per increment // Set inactivity // Inactivity thresholds (0-255)
51 adxl.setTimeInactivity(15); // How many seconds of no activity is inactive?
52
53 adxl.setTapDetectionOnXYZ(0, 0, 0); // Detect taps in the directions turned ON "adxl.setTapDetectionOnX(X, Y, Z);" (1 == ON, 0 == OFF)
54
55 // Set values for what is considered a TAP and what is a DOUBLE TAP (0-255)
56 adxl.setTapThreshold(50); // 62.5 mg per increment
57 adxl.setTapDuration(15); // 625 µs per increment
58 adxl.setDoubleTapLatency(80); // 1.25 ms per increment
59 adxl.setDoubleTapWindow(200); // 1.25 ms per increment

```

Ilustración 14. Código Arduino Uno – parte III.

```

ADXL345_I2C.ino
60
61 // Set values for what is considered FREE FALL (0-255)
62 adxl.setFreeFallThreshold(7); // (5 - 9) recommended - 62.5mg per increment
63 adxl.setFreeFallDuration(30); // (20 - 70) recommended - 5ms per increment
64
65 // Turn on Interrupts for each mode (1 == ON, 0 == OFF)
66 adxl.InactivityINT(0);
67 adxl.ActivityINT(0);
68 adxl.FreeFallINT(0);
69 adxl.doubleTapINT(0);
70 adxl.singleTapINT(0);
71 }
72
73 String read_adxl(ADXL345 adxl, float* adxl_adj){
74 int x,y,z;
75 float X, Y;
76 String accel;
77 adxl.readAccel(&x, &y, &z); // Read the accelerometer values and store them in variables declared above x,y,z
78 X = (x * 9.8) / 36 + adxl_adj[0];

```

Ilustración 15. Código Arduino Uno – parte IV.

4.3.2. Código de Matlab

Con el fin del registro de los datos se propone un código en Matlab sustentado en el código de arduino en donde se parametrize la cantidad de datos a obtener y se anexen todos los datos registrados de cada uno de los sensores en un archivo de Excel para tratamiento posterior.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

```

1  close all; clear all;
2  clc;
3
4  muestras = 2000; % Número de muestras por guardar
5
6  time = 0:0.01:(0.01 * (muestras - 1)); % Marca de tiempo en función del número de muestras
7
8  % Configurar puerto serial
9  ADXLportname_1 = 'COM3';
10 ADXLportname_2 = 'COM9';
11 ADXLportname_3 = 'COM10';
12 ADXLportname_4 = 'COM8';
13
14 delete(instrfind({'port'},{ADXLportname_1})); % Elimina conexión
15 delete(instrfind({'port'},{ADXLportname_2})); % Elimina conexión
16 delete(instrfind({'port'},{ADXLportname_3})); % Elimina conexión
17 delete(instrfind({'port'},{ADXLportname_4})); % Elimina conexión
18
19 ADXLport_1 = serialport(ADXLportname_1, 115200); % Abre instrumento en el puerto
20 ADXLport_2 = serialport(ADXLportname_2, 115200); % Abre instrumento en el puerto
21 ADXLport_3 = serialport(ADXLportname_3, 115200); % Abre instrumento en el puerto
22 ADXLport_4 = serialport(ADXLportname_4, 115200); % Abre instrumento en el puerto
23
24 % Configurar gráfico
25 contador = 1; % Contador de muestras
26 figure('Name','Aceleración')
27 subplot(2,2,1)
28 % title('Grafica Aceleración')
29 % xlabel('Muestras');
30 % ylabel('Aceleracion (m/s^2)')

```

Ilustración 16. Código Matlab – parte I.

```

AXDL345_serial_read.m  x  +
31  grid on
32  real_time_samples = 50;
33  vectX1 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en X1
34  vectY1 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en Y1
35  vectX2 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en X2
36  vectY2 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en Y2
37  vectX3 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en X3
38  vectY3 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en Y3
39  vectX4 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en X3
40  vectY4 = zeros(real_time_samples,1); % Crea un vector vacío para almacenar las muestras en Y3
41  P_X1 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de X1
42  P_Y1 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de Y1
43  P_X2 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de X2
44  P_Y2 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de Y2
45  P_X3 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de X3
46  P_Y3 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de Y3
47  P_X4 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de X4
48  P_Y4 = NaN(real_time_samples,1); % Vector para gráfico en tiempo real de Y4
49
50  plot(P_X1)
51  plot(P_Y1)
52
53  % Gráficoar y almacenar muestras en tiempo real
54  while contador <= muestras
55      % Recibe coordenadas X, Y desde el puerto serial y las separa por coma
56      coords_1 = regexp(readline(ADXLport_1), ',', 'split');
57      coords_2 = regexp(readline(ADXLport_2), ',', 'split');
58      coords_3 = regexp(readline(ADXLport_3), ',', 'split');
59      coords_4 = regexp(readline(ADXLport_4), ',', 'split');
60      x1 = str2double(coords_1{1});

```

Ilustración 17. Código Matlab – parte II.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

```

61     y1 = str2double(coords_1{2});
62     x2 = str2double(coords_2{1});
63     y2 = str2double(coords_2{2});
64     x3 = str2double(coords_3{1});
65     y3 = str2double(coords_3{2});
66     x4 = str2double(coords_4{1});
67     y4 = str2double(coords_4{2});
68
69     P_X1(contador) = x1; % Actualiza vector X1 para gráfico en tiempo real
70     P_Y1(contador) = y1; % Actualiza vector Y1 para gráfico en tiempo real
71     vectX1(contador) = x1; % Guarda la muestra en X1
72     vectY1(contador) = y1; % Guarda la muestra en Y1
73     P_X2(contador) = x2; % Actualiza vector X2 para gráfico en tiempo real
74     P_Y2(contador) = y2; % Actualiza vector Y2 para gráfico en tiempo real
75     vectX2(contador) = x2; % Guarda la muestra en X2
76     vectY2(contador) = y2; % Guarda la muestra en Y2
77     P_X3(contador) = x3; % Actualiza vector X3 para gráfico en tiempo real
78     P_Y3(contador) = y3; % Actualiza vector Y3 para gráfico en tiempo real
79     vectX3(contador) = x3; % Guarda la muestra en X3
80     vectY3(contador) = y3; % Guarda la muestra en Y3
81     P_X4(contador) = x4; % Actualiza vector X4 para gráfico en tiempo real
82     P_Y4(contador) = y4; % Actualiza vector Y4 para gráfico en tiempo real
83     vectX4(contador) = x4; % Guarda la muestra en X4
84     vectY4(contador) = y4; % Guarda la muestra en Y4
85
86     subplot(2,2,1)
87     plot(P_X1) % Gráfica vector de tiempo real en X1
88     hold on
89     plot(P_Y1) % Gráfica vector de tiempo real en Y1
90     hold off

```

Ilustración 18. Código Matlab – parte III.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

```

91     subplot(2,2,2)
92     plot(P_X2) % Gráfica vector de tiempo real en X2
93     hold on
94     plot(P_Y2) % Gráfica vector de tiempo real en Y2
95     hold off
96     subplot(2,2,3)
97     plot(P_X3) % Gráfica vector de tiempo real en X3
98     hold on
99     plot(P_Y3) % Gráfica vector de tiempo real en Y3
100    hold off
101    subplot(2,2,4)
102    plot(P_X4) % Gráfica vector de tiempo real en X4
103    hold on
104    plot(P_Y4) % Gráfica vector de tiempo real en Y4
105    hold off
106    if contador >= real_time_samples
107        % Desliza las muestras en eje horizontal
108        P_X1(1:end-1) = P_X1(2:end);
109        P_Y1(1:end-1) = P_Y1(2:end);
110        P_X2(1:end-1) = P_X2(2:end);
111        P_Y2(1:end-1) = P_Y2(2:end);
112        P_X3(1:end-1) = P_X3(2:end);
113        P_Y3(1:end-1) = P_Y3(2:end);
114        P_X4(1:end-1) = P_X4(2:end);
115        P_Y4(1:end-1) = P_Y4(2:end);
116    end
117    contador = contador + 1;
118    pause(0.001)
119 end
120
121 % Exportar a Excel las muestras almacenadas
122 sExc = [time' , vectX1, vectY1, vectX2, vectY2, vectX3, vectY3, vectX4, vectY4];
123 xlswrite('Señal.xlsx', sExc, 'Hojas', 'A1');

```

Ilustración 19. Código Matlab – Parte IV.

5. EQUIPO Y MATERIALES

5.1. Acelerómetros

Se utilizarán 4 sensores AXDL 345 como acelerómetros: uno existente para la mesa vibratoria, que registre las aceleraciones de la base y los tres restantes para cada uno de los niveles de la estructura. Estos sensores permiten registrar aceleraciones en las tres componentes direccionales U_x , U_y y U_z .

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

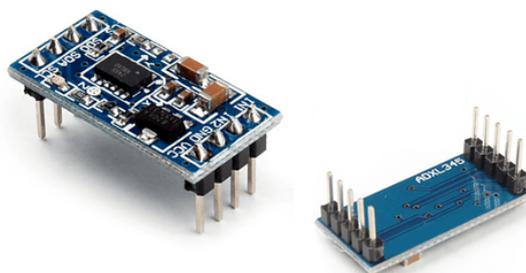


Ilustración 20. Acelerómetro AXDL 345.

5.2. Cables Jumper

El Arduino se conecta al sensor lógico y este en serie a cada uno de los tres sensores. Esta conexión se realiza mediante cables tipo jumper (ilustración 21).



Ilustración 21. Cables tipo jumper.

El juego de jumpers consiste en un cable que trabajan a tierra (ranura “gnd”), otro cable de voltaje 5V y dos juegos de cables para el montaje (A4 y A5) y otro juego de cables para los datos (ranuras a6a5a4a3-b6b5b4b3).

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

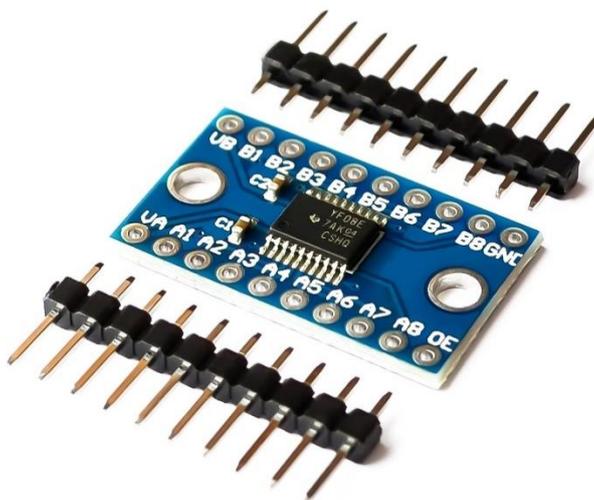


Ilustración 22. Entradas para los diferentes tipos de cable jumper.

5.3. Arduino 1 y Matlab

El arduino uno es una plataforma de creación de electrónica de código abierto, basada en hardware y software libre, con el cual se desarrolla el código de programación que permite obtener los datos que registran cada uno de los acelerómetros para exportarlos al PC portátil. A través de arduino se realiza la calibración de los sensores a fin de obtener las mediciones más precisas posibles en cada una de las componentes.

La exportación de los datos de arduino al PC se realiza mediante un código de Matlab el cual permite visualizar en tiempo real la respuesta gráfica en el tiempo de cada uno de los sensores. En el código de Matlab se definen los pasos de tiempo (en este caso de 0.1 s) y los números de pasos (entre 1000 y 5000 para respuestas de entre 10 y 50 s, respectivamente).

A fin de obtener un óptimo funcionamiento de cada uno de los sensores. Se dejarán instalados 3 arduino adicionales al existente. Los arduino son conectados a un puerto HUB USB el cual a su vez es conectado al PC.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

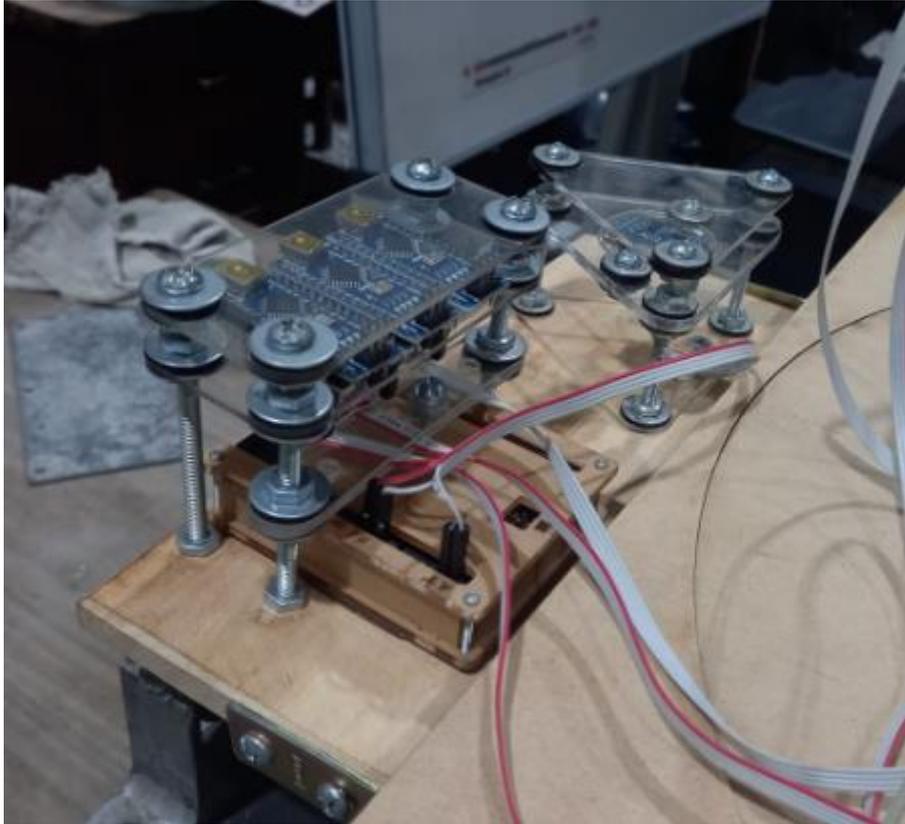


Ilustración 23. Configuración de los acelerómetros con conexión a los arduino y base fijada a la mesa vibratoria.



Ilustración 24. Puerto HUB USB conectado a los Arduino.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

6. MONTAJE DEL MODELO ESTRUCTURAL

6.1. Material estructural

El material seleccionado para la conformación de la estructura consiste en fibra de vidrio con resina, muy utilizadas para las redes de fibra óptica. Se optó por este material debido a su resistencia y flexibilidad, la cual es óptima para el montaje de la estructura y la visualización experimental de los fenómenos asociados a la dinámica de estructuras.



Ilustración 25. Fibra de vidrio con resina como material de la estructura.

Para realizar los laboratorios propuestos, es pertinente obtener las propiedades mecánicas del material. En este orden de ideas, se le realizó un ensayo de tensión al material en el laboratorio de resistencia de materiales de la facultad tecnológica a fin de estimar el módulo de elasticidad, el esfuerzo de fluencia, esfuerzo último, porcentaje de elongación, entre otros.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

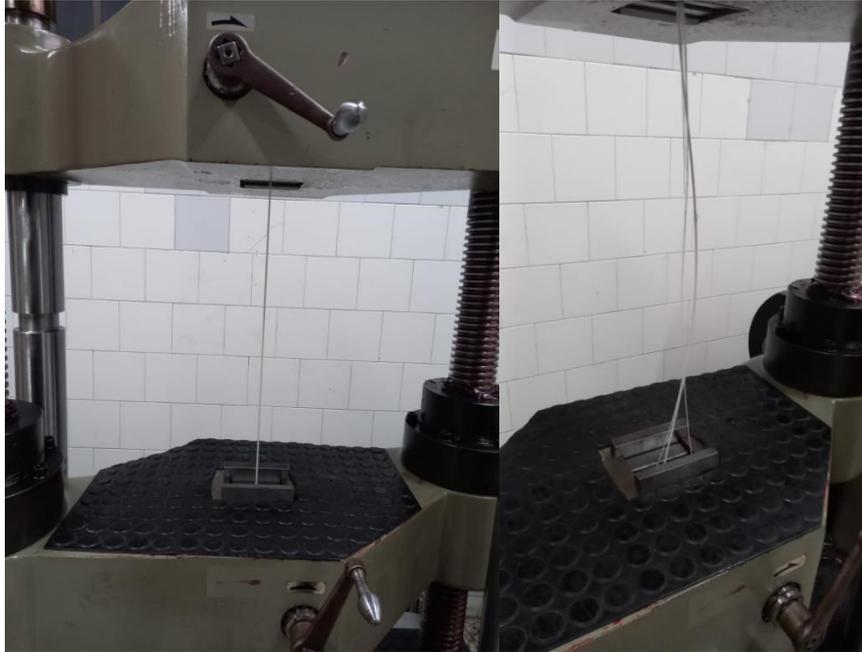


Ilustración 26. Ensayo de tensión sobre una probeta de 50 cm – laboratorio de resistencia de materiales facultad tecnológica.

Datos de la probeta		
Longitud L =	500	mm
Diámetro D =	2,4	mm
Área A =	4,524	mm ²

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

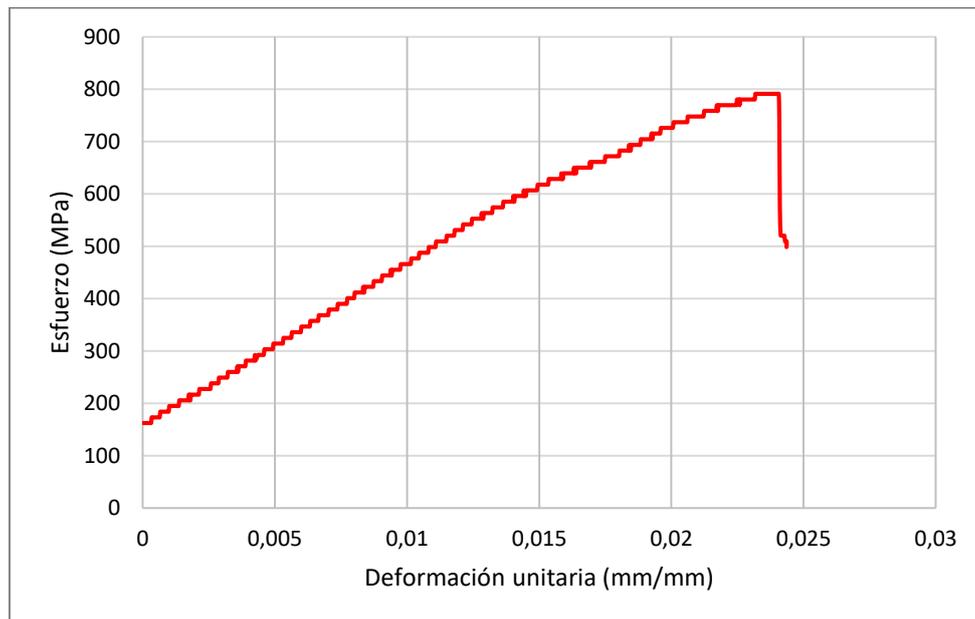


Ilustración 27. Curva esfuerzo – deformación del material estructural.

Al ser un material polimérico se observa cierta capacidad de fluencia del material, aunque en general su comportamiento tiende a ser frágil, debido al aporte de la fibra de vidrio. Las propiedades mecánicas obtenidas se consignan a continuación:

Propiedades mecánicas	
Módulo de Elasticidad E	28365,8 MPa
Esfuerzo de fluencia σ_y	574,45 MPa
Esfuerzo último $\sigma_{\text{último}}$	791,23 MPa
% Elongación	4,2%

- **Diseño de los elementos de la estructura**
- Base de la estructura

La estructura consiste en un sistema de pórticos de 8 columnas, con luces iguales de 12.7 cm entre ejes. Los apoyos se idealizan como empotrados; estos tanto las conexiones viga-columna consisten en cubos de acrílico de 1.4 cm. Tanto las vigas como las columnas son de sección maciza circular con diámetro de 2.4 cm.

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

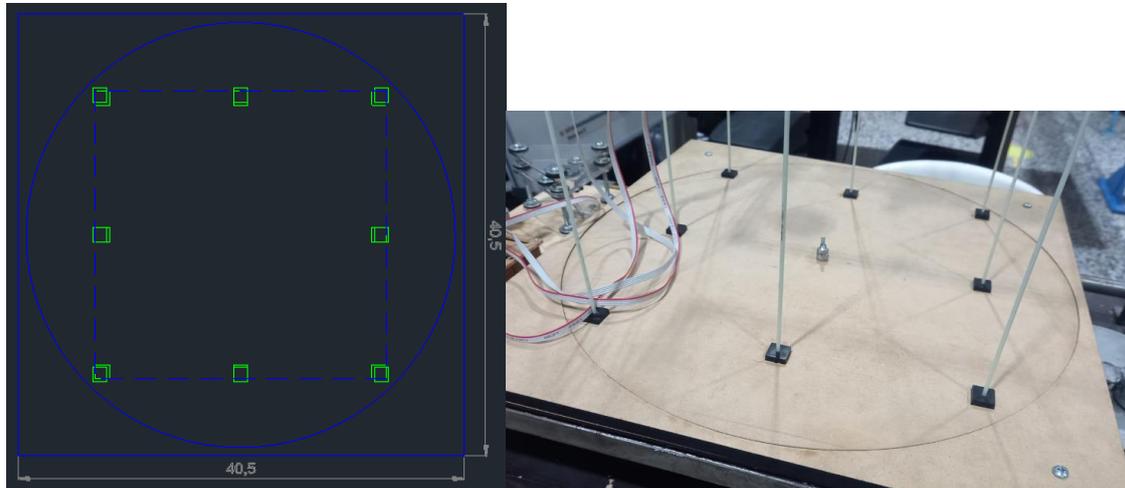


Ilustración 28. Base de la estructura.

- Sistema estructural.

La plataforma, que funciona como diafragma rígido, está constituido mediante dos placas de acrílico, las cuales se conectan a las vigas mediante el aprisionamiento con tornillos. Las vigas a su vez se unen a las columnas mediante los nudos rígidos en acrílico. En cada plataforma se disponen las bases correspondientes para cada sensor y adicionalmente se disponen de espacios para colocar masas concentradas a fin de poder obtener respuesta en los modos torsionales de la estructura. Las alturas de entrepiso de eje a eje y las masas asociadas al peso propio de la estructura son las siguientes:

PISO	h (cm)	Masa estructura (g)	Masa estructura sensores (g)	Masa total (g)
3	29,0	129.70	105.27	234.97
2	30,0	129.70	105.27	234.97
1	29,5	129.70	105.27	234.97

Carga estimada por piso (sin considerar masas adicionales) = 36 N/m²

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

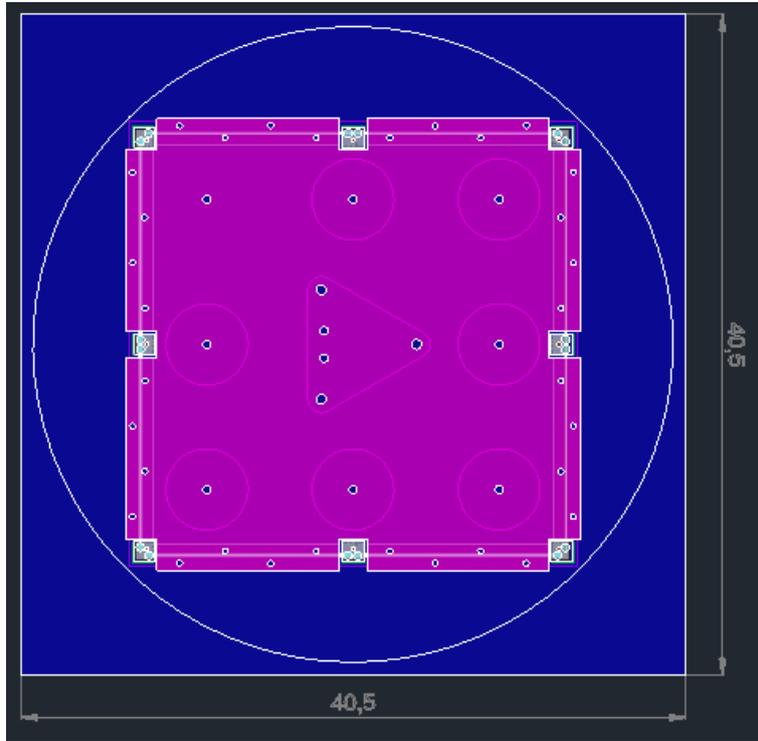


Ilustración 29. Diseño del entropiso en acrílico, idealizado como diafragma rígido.



Ilustración 30. Montaje de la estructura.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

- Masas del sistema a considerar en el análisis

7. PROCEDIMIENTO PARA LOS ENSAYOS

- Inicialmente se debe fijar la base de la estructura a la mesa. Definir además el ángulo de rotación deseado si se quiere hacer un análisis tridimensional. En caso contrario alinear la dirección de vibración de la mesa con uno de los ejes principales de la estructura.
- Conectar los cables jumper de cada sensor a los arduino correspondiente.

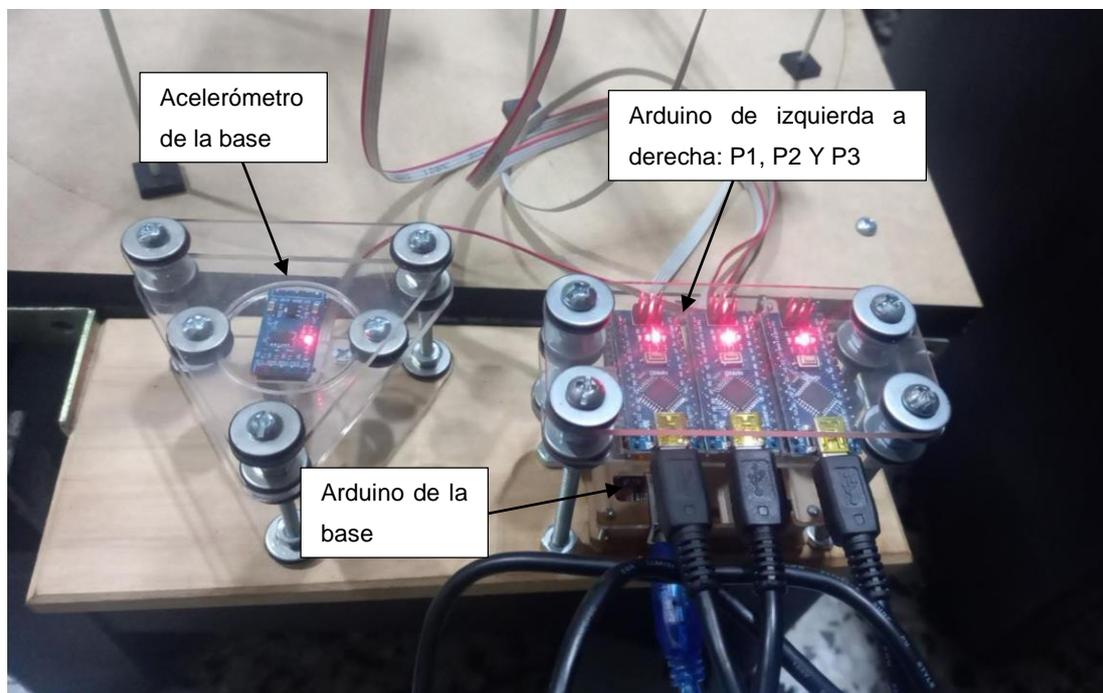


Ilustración 31. Conexión activa del sensor de la mesa y los arduino.

- Mediante un computador verificar la calibración del código arduino y que cada uno de los sensores esté tomando datos.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola



Ilustración 32. Chequeo calibración y funcionamiento acelerómetro de la base “COM3”.

- Abrir el código Matlab, definir el número de muestras a considerar en el registro y el tamaño de estos (por ejemplo 0.01 s para 5000 muestras, es decir, 5 s de registro).
- Inducir una aceleración basal activando la mesa vibratoria y correr el programa Matlab para obtener la respuesta gráfica de aceleración para los 4 sensores. Estos datos quedarán registrados en una hoja de Excel, la cual podrá ser utilizada para el procesamiento de datos propios de las prácticas de laboratorio.

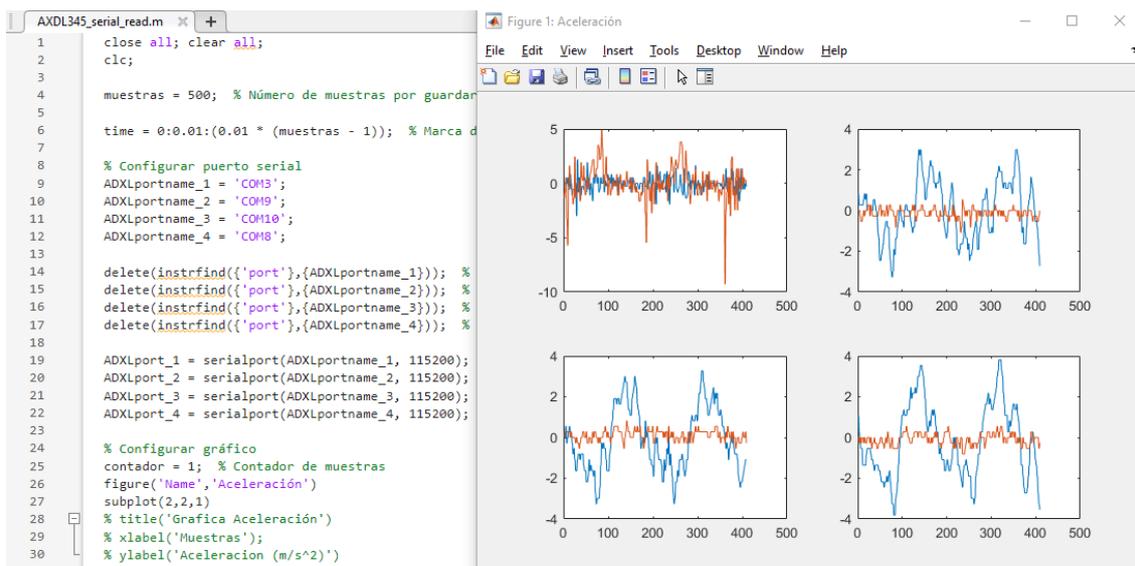


Ilustración 33. Puesta en marcha del código de Matlab para el registro en vivo de datos. Gráficas de izquierda a derecha y arriba abajo: Base, Piso 1, Piso 2, Piso 3.

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

De la ilustración 33 hay que tener en cuenta lo siguiente para registro de los datos experimentales: el sensor de la base de la mesa vibratoria unidireccional registra principalmente aceleraciones en el eje Y (gráfica naranja), debido a la orientación propia del sensor. Por el contrario, los sensores de los pisos 1, 2 y 3, están orientados en el eje X de estos (gráficas azules). Es decir, para una excitación basal en la dirección Y del sensor de la mesa, se registran las aceleraciones de la estructura en la dirección X de cada sensor.

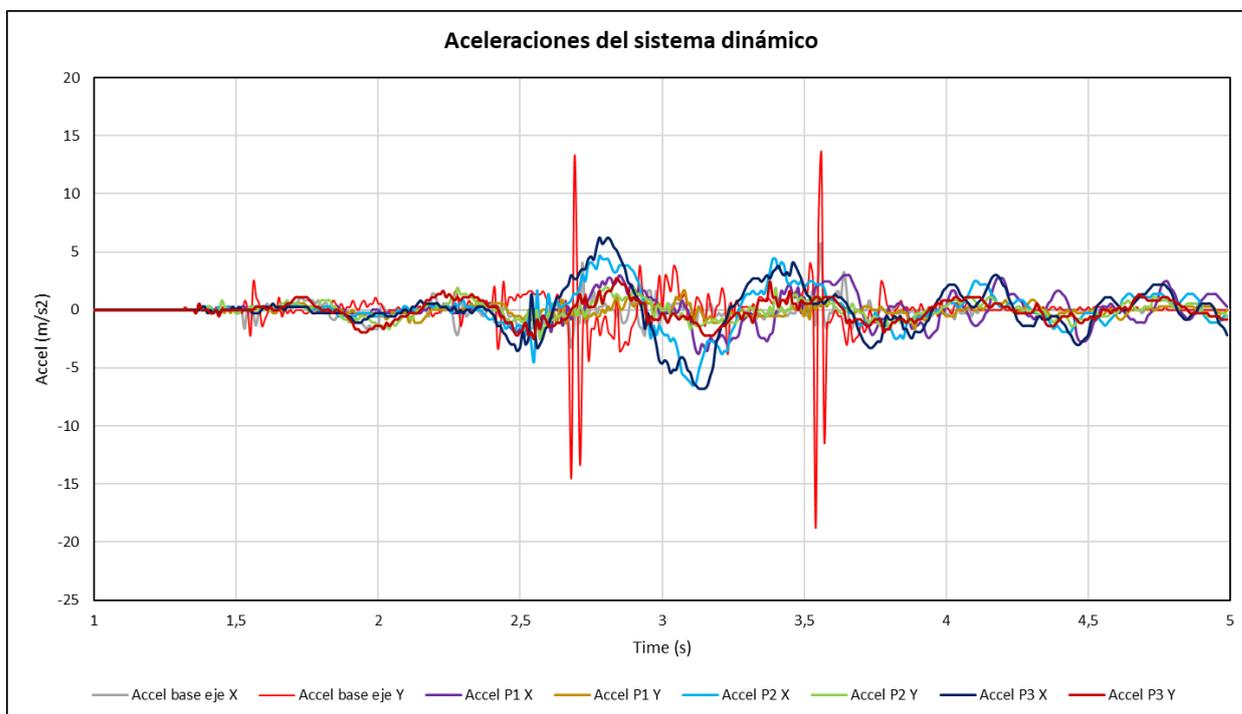


Ilustración 34. Respuesta de aceleraciones tanto de la base como de cada uno de los niveles en las dos direcciones principales, X y Y.

Para el procesamiento de la información se recomienda para la base y para cada piso, de forma individual entregar los registros de las aceleraciones experimentales.

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

8. PRÁCTICAS DE LABORATORIO PROPUESTAS

8.1. Análisis tiempo-historia de la estructura: comparación de la respuesta experimental con la respuesta obtenida de manera teórica. Análisis en una y dos direcciones.

Inducir a la estructura una aceleración basal arbitraria, obteniendo las respuestas de aceleración en todos los niveles. El acelerómetro de la mesa registrará un acelerograma, a partir del cual se puede hacer el análisis numérico y comparar los resultados. Este análisis se puede realizar tanto en una como en dos direcciones.

Para efectos de la idealización dinámica, se pueden agregar masas puntuales a la estructura por medio de una o varias pesas de 1 N. Esto es en particular interesante en el análisis espacial, ya que, si se colocan masas excéntricas, es decir, fuera del centro de masas; se podrán apreciar dentro de la respuesta dinámica de la estructura la influencia de los modos de vibración torsionales.

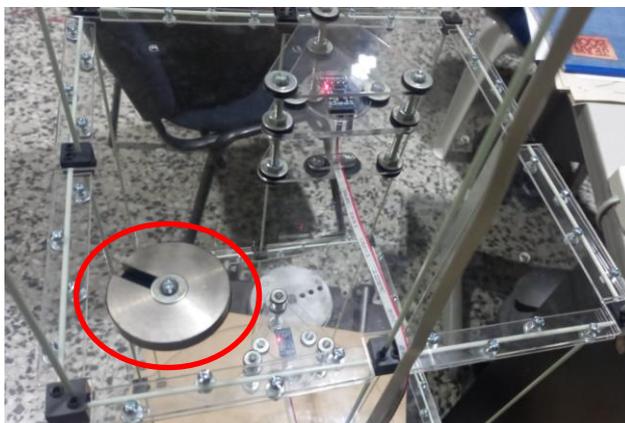


Ilustración 35. Masa excéntrica ubicada en el segundo piso.

Dentro del análisis se debe buscar comparar las respuestas de aceleración experimentales en cada piso en una o dos direcciones con los valores numéricos de un modelo analítico. Adicionalmente el objeto es identificar la influencia en el comportamiento dinámico de la estructura de los modos de vibración.

Dentro de los análisis numéricos se puede buscar obtener los parámetros máximos de la respuesta dinámica ante la excitación basal, tales como los desplazamientos, derivas,

	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Dinámica Estructural
	Facultad Tecnológica	Versión: 01
	Ingeniería Civil	Docente: Ing. Rodolfo Felizzola

fuerzas inerciales y cortantes de piso. Para tales propósitos, se puede hacer la comparación entre los diferentes métodos de combinación modal.

8.2. Análisis modal espectral de la estructura, comparación de la respuesta experimental con la respuesta obtenida experimentalmente. Análisis en una y dos direcciones.

Las consideraciones y generalidades en este análisis respecto al análisis tiempo historia son similares. La diferencia es que en el análisis tiempo-historia se obtiene la respuesta dinámica en el tiempo y de ahí se obtienen los máximos, mientras que en el análisis modal espectral se obtienen directamente los valores de la máxima respuesta dinámica de la estructura a partir de un espectro elástico. Para dichos propósitos se puede utilizar el espectro de la Norma Sismorresistente Colombiana NSR-10 o definir un espectro propio a partir de datos experimentales de aceleración obtenidos de uno o varios acelerogramas propios de la mesa vibratoria.

9. INVENTARIO DEL EQUIPO

A continuación, se listan los diferentes materiales e instrumentos propios del equipo:

Elemento	No.
Base cauchos pesas	6
Tornillos pesas	2
Nodos	3
Cauchos base	7
Tornillos Diafragma y Tuerca	7
Acrílico (1 base acelerometro , 1 Abrazadera Diafragma, 1 abrazadera cables arduinos)	3
Arandelas,tuercas de tornillos generales	10
Tornillo Largo base sensor	3
Tornillo corto cable sensor	1
Vigas 2,5 mm	4
Vigas 1 mm	30
Tornillo corto bandeja sensor	1

Ilustración 36. Inventario del equipo.

10. REFERENCIAS

- García, L. (1998). *Dinámica Estructural Aplicada al Diseño Sísmico*. Universidad de los Andes, Departamento de Ingeniería Civil. Bogotá, Colombia.