

TEOREMA DE BERNOULLI

Introducción

El principio de conservación de la energía se expresa en Mecánica de fluidos por medio del Principio de Bernoulli.

La energía se conserva, transformándose entre energía potencial, energía cinética y energía del flujo. Los fluidos incompresibles y sin rozamiento cumplen el llamado teorema de Bernoulli, enunciado por el matemático y científico suizo Daniel Bernoulli.

El teorema afirma que la energía mecánica total de un flujo incompresible y no viscoso (sin rozamiento) es constante a lo largo de una línea de corriente. Las líneas de corriente son líneas de flujo imaginarias que siempre son paralelas a la dirección del flujo en cada punto, y en el caso de flujo uniforme coinciden con la trayectoria de las partículas individuales de fluido.

El teorema de Bernoulli implica una relación entre los efectos de la presión, la velocidad y la gravedad, e indica que la velocidad aumenta cuando la presión disminuye.

Considerando el caudal en dos secciones diferentes de una tubería y aplicando la ley de la conservación de la energía, la ecuación de Bernoulli se puede escribir como:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \quad (1)$$

Para este equipo, $Z_1 = Z_2$

Con esto, se quiere demostrar en estas prácticas que, para una tubería dada con dos secciones, 1 y 2, la energía entre las secciones es constante. La suma de los términos anteriores es constante y, por lo tanto el teorema de Bernoulli queda como sigue:

$$H = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \quad (2)$$

Donde:

$$\frac{V^2}{2g} = \text{Altura cinética}$$

$$\frac{P}{\gamma} = h = \text{Altura piezométrica}$$

✓ Altura piezométrica:

Es la altura de una columna de agua asociada con la presión del campo gravitacional.

Representación gráfica del teorema de Bernoulli:

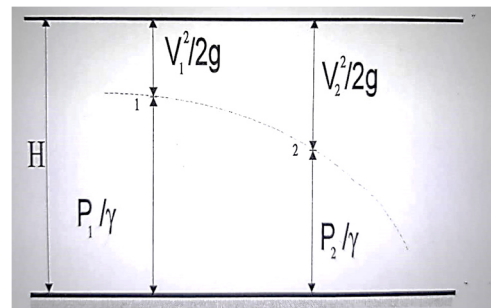


Ilustración 1 Representación gráfica del Teorema de Bernoulli

✓ Tubos de Pitot:

La operativa con un tubo de Pitot es:

En primer lugar, se considera un obstáculo fijo en el fluido en movimiento.

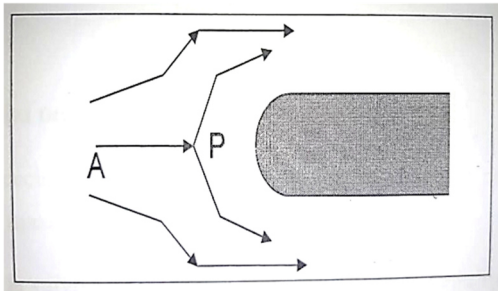


Ilustración 2 Tubo de Pitot

La línea ΔP termina en el punto de impacto (P), si se hace un orificio en ese punto P y se une éste con un tubo de medida, se está midiendo la presión total.

Se puede también conocer la velocidad en la tubería, esto es:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$V_1 = V$ (Velocidad de las partículas), $V_2 = 0$

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} = \Delta h$$

Donde se despeja:

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \quad (3)$$

EQUIPO Y MATERIALES REQUERIDOS:

1. Módulo básico Teorema de Bernoulli Edibon FME 03.
2. Banco hidráulico Eibon FME 00
3. Cronómetro

DESARROLLO DE LA PRÁCTICA:

Llenado de los tubos manométricos.

1. Suministrar caudal al sistema mediante el banco hidráulico, al máximo hasta que los manómetros estén llenos y sin vacíos.
2. Cerrar la válvula de control del equipo Teorema de Bernoulli (VCC)
3. Cerrar la válvula de control del banco hidráulico (VC)
4. Abrir la válvula de purga.
5. Abrir despacio la válvula de control VCC, observar como los tubos comienzan a llenarse de aire.
6. Cuando todos los tubos han obtenido la altura deseada (70 – 80 mm), cerrar la válvula VCC y cerrar la válvula de purga.
7. En este momento todos los tubos tienen el mismo nivel de agua.

Determinación exacta del tubo Venturi:

1. Abrir la válvula VCC y VC al mismo tiempo, lentamente hasta fijar un caudal y anotar su valor.
2. Colocar el tubo de Pitot en la primera toma de presión de mínima sección. Esperar a que la altura en el tubo manométrico de Pitot se estabilice. Este proceso puede tardar unos minutos.

3. Cuando la altura de ambos tubos sea estable, determinar la diferencia de altura entre los dos tubos manométricos; presión estática h_i y presión total h_{TP} del tubo de Pitot.
 4. La diferencia corresponde a la presión cinética dada por $\frac{V^2}{2g}$.
 5. Determinar la sección con la siguiente ecuación: $S = \frac{Q}{V}$ donde Q es el caudal del fluido y V es la velocidad obtenida en dicha sección, la cual se obtiene con la ecuación N°3.
 6. Repetir todos los pasos descritos anteriormente para cada toma de presión.
 7. Repetir los pasos previos para diferentes caudales de agua.
 8. Para cada caudal de agua la sección debe ser más o menos la misma.
- Calcular la medida de las secciones obtenidas con diferentes caudales de agua.
- Se recomiendan caudales de agua de 5 l/min, 10 l/min y 15 l/min para la práctica.
- Con esos valores llenar las siguientes tablas del anexo 1.

ANEXO N° 1 – Práctica: Teorema de Bernoulli

REGISTRO DE CAUDALES			
<i>Volumen</i>	Q_1	Q_2	Q_3
<i>Intervalo</i> (litros)	Tiempo (min)	Tiempo (min)	Tiempo (min)
0 – 5			
5 – 10			
10 – 15			
15 – 20			
20 – 25			
25 – 30			
30 – 35			
35 – 40			

Nota: Promediar los tiempos y el resultado en minutos será el divisor de 5, hasta obtener los caudales sugeridos, 5 l/min, 10 l/min y 15 l/min

REGISTRO DE ALTURAS PIEZOMÉTRICAS						
<i>Punto</i>	Q_1		Q_2		Q_3	
	h_i	h_{TP}	h_i	h_{TP}	h_i	h_{TP}
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Realizar una gráfica de las presiones estáticas, totales y dinámicas. $h_{din} = h_{TP} - h_i$

CÁLCULO DE LA VELOCIDAD			
$h_{TP} - h_i$	$Q = 5 \text{ l/min}$	$Q = 10 \text{ l/min}$	$Q = 15 \text{ l/min}$

	$V_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{TP} - h_i)}$	$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{TP} - h_i)}$	$V_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{TP} - h_i)}$
$h_{TP} - h_1$			
$h_{TP} - h_2$			
$h_{TP} - h_3$			
$h_{TP} - h_4$			
$h_{TP} - h_5$			
$h_{TP} - h_6$			

CÁLCULO DEL ÁREA (Sección transversal tubo Venturi)				
$h_{TP} - h_i$	$A_1 = \frac{Q_1}{V_1}$	$A_2 = \frac{Q_2}{V_2}$	$A_3 = \frac{Q_3}{V_3}$	$A = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{3}$
$h_{TP} - h_1$				
$h_{TP} - h_2$				
$h_{TP} - h_3$				
$h_{TP} - h_4$				
$h_{TP} - h_5$				
$h_{TP} - h_6$				

✓ Las áreas A_1, A_2, A_3 son similares o diferentes, ¿A qué se debe esto?

DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE BERNOULLI

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} = h_3 + \frac{V_3^2}{2g} = h_4 + \frac{V_4^2}{2g} = h_5 + \frac{V_5^2}{2g} = h_6 + \frac{V_6^2}{2g}$$

✓ ¿Se cumple la igualdad?