

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

GUÍA DE LABORATORIO PARA OBTENCIÓN DE LA LINEA ELÁSTICA EN VIGAS

CONTENIDO

1. RESUMEN.....	2
2. MARCO TEÓRICO.....	2
2.1. Principio del trabajo virtual	2
2.2. Método de la doble integración	4
3. OBJETIVOS	5
4. MONTAJE Y PROCEDIMIENTO DEL ENSAYO	5
4.1. Montaje y procedimiento para carga puntual en el centro	5
4.2. Montaje y procedimiento para un par de giro en el centro.....	6
5. DATOS CALCULADOS.....	7
5.1. Datos Experimentales	7
6. OTRAS CONSIDERACIONES.....	7

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Montaje y descripción del equipo.	2
Ilustración 2. Fuerza virtual en la viga.....	3
Ilustración 3. Momento virtual en la viga.....	4
Ilustración 4. Configuración deformada de una viga.....	4
Ilustración 5. Flexión de una viga simplemente apoyada.	6
Ilustración 6. Montaje del equipo para carga puntual central.	6
Ilustración 7. Flexión en viga debido a un momento en el centro de la luz.	7

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

1. RESUMEN

El ensayo de **métodos para determinar la línea elástica** permite determinar las deflexiones y giros de una barra sometida a flexión cargada por fuerzas y pares de giro. El ensayo permite tematizar especialmente el principio del trabajo virtual, aunque también facilita la aplicación de otros métodos clásicos como el de la doble integración, por ejemplo.

El ensayo dispone de una barra a ensayar con un perfil rectangular que puede sujetarse indistintamente por ambos extremos. A esta viga pueden aplicarse fuerzas o pares en diferentes puntos. De este modo, es posible analizar las diferentes caídas de carga y también los sistemas estáticamente determinados, así como los estáticamente indeterminados.

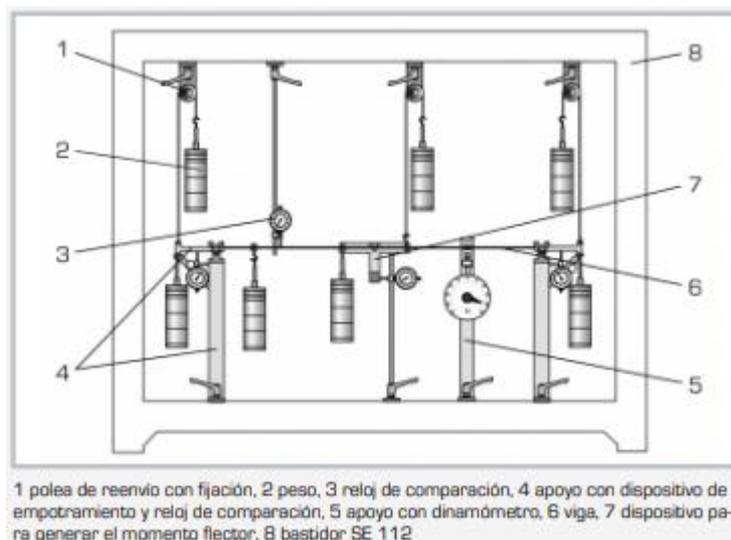


Ilustración 1. Montaje y descripción del equipo.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Principio del trabajo virtual

Un método para calcular las deflexiones o giros en determinados puntos de una viga debido a una fuerza o a un momento es el **principio del trabajo virtual**. En este sentido, a un sistema se le concede un desplazamiento (virtual) cualquiera de tal modo que, en

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

caso de equilibrio de energías, esto es, la energía interna sea igual a la energía externa del sistema, teniendo:

$$W_e = W_i$$

Si como fuerza externa se selecciona en el punto deseado una fuerza virtual $\bar{F} = 1$ y como desplazamiento virtual los desplazamientos reales, se deduce, para el caso de una viga:

$$\bar{F} \cdot \delta = 1 \cdot \delta = \int_0^L \frac{M_v(x) \cdot M(x)}{EI} dx$$

Donde:

δ = Desplazamiento calculado

$M_v(x)$ = Momento flector asociado a la fuerza virtual externa, en función de la longitud de la viga.

$M(x)$ = Momento flector asociado a las cargas actuantes reales, en función de la longitud de la viga.

EI = Rigidez a flexión de la viga.

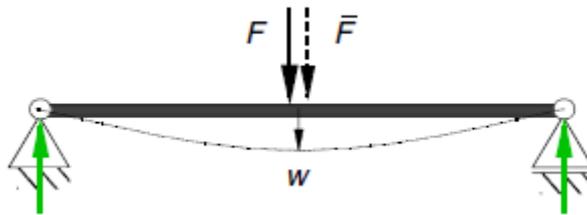


Ilustración 2. Fuerza virtual en la viga.

Para la determinación del giro, φ , se utiliza correspondientemente un par $\bar{M} = 1$. Entonces, para este caso se obtiene:

$$\bar{M} \cdot \varphi = 1 \cdot \varphi = \int_0^L \frac{M_v(x) \cdot M(x)}{EI} dx$$

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

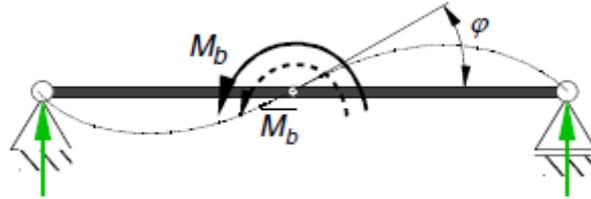


Ilustración 3. Momento virtual en la viga.

2.2. Método de la doble integración

El método de la doble integración es uno de los principales métodos para el cálculo de deflexiones en vigas. Este parte de la ecuación fundamental de la elástica de una viga, la cual es una ecuación diferencial de segundo orden. Al integrarla dos veces se obtienen las ecuaciones para el giro y la deflexión de la viga, respectivamente. La ecuación es la indicada a continuación:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

Donde:

$M(x)$ = Ecuación del momento flector en función de la longitud de la viga.

EI = Constante de rigidez del material, donde E es el módulo de elasticidad del material e I es el momento de inercia de la sección transversal.

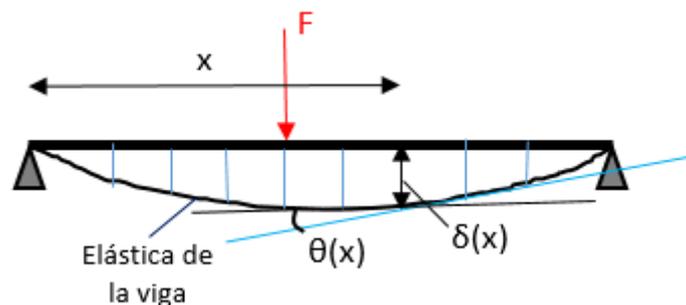


Ilustración 4. Configuración deformada de una viga.

Al integrar una vez se obtiene la ecuación para el giro, es cual se refiere a la medida de los ángulos de inclinación de la elástica en cada punto de la viga. La unidad de medida corresponde a radianes.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

$$\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx$$

Al integrar nuevamente se obtendrá la ecuación para la deflexión de la viga, la cual se refiere a las deformaciones en cada punto de la estructura. La unidad de medida corresponde a metros, si el módulo de elástico se define en kPa y la inercia en m⁴.

$$\delta(x) = \int \int \frac{M(x)}{EI} dx$$

Cada vez que se integre la ecuación de momentos aparecerá una constante de integración. En este caso, como se integra dos veces se tendrán dos constantes, c₁ y c₂. Los valores de las constantes dependen de las condiciones de frontera del sistema, es decir, de las condiciones de apoyo de la viga. Por ejemplo, si en x = 0 La viga tiene un apoyo articulado, entonces la deflexión en dicho punto será igual a 0. Por otro lado, si la viga tiene un apoyo empotrado, tanto la deflexión como el giro en dichos puntos serán iguales a 0. En base a dichas condiciones se obtienen las constantes anteriormente mencionadas.

Existen otros métodos clásicos para calcular deflexiones como, superposición, viga conjugada o momento-área. Cualquiera de estos puede emplearse para el cálculo de las deflexiones y compararlas con los resultados teóricos. Para ampliar los conceptos referidos al cálculo de deflexiones en vigas se recomienda remitirse a la bibliografía especializada.

3. OBJETIVOS

- Conocer las nociones básicas sobre la deformación en vigas (elástica o deformada)
- Analizar las deflexiones y giros en una viga experimentalmente.
- Calcular mediante métodos clásicos las deformaciones de una viga y contrastar los resultados con los datos experimentalmente obtenidos.

4. MONTAJE Y PROCEDIMIENTO DEL ENSAYO

4.1. Montaje y procedimiento para carga puntual en el centro

- Fijar los soportes de apoyo a una distancia L = 800 mm en el travesaño inferior del bastidor, colocar y atornillar la viga.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

- Preparar el reloj de comparación para la medición de la flexión de tal modo que la medición de la flexión se realice exactamente en el centro de la viga.
- Poner a cero el reloj de comparación.
- Adicionalmente pueden instalarse y ponerse a cero otros relojes de comparación.
- En el centro de la viga debe enroscarse un gancho móvil y colgar sucesivamente las diferentes pesas (por ejemplo, 5N, 10N, 15N). Determinar la correspondiente flexión en el reloj de comparación.

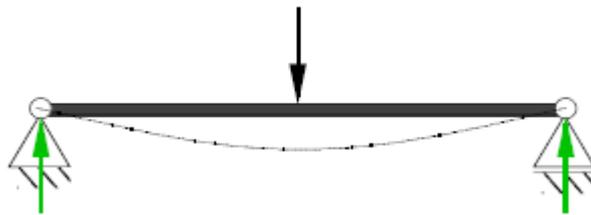


Ilustración 5. Flexión de una viga simplemente apoyada.

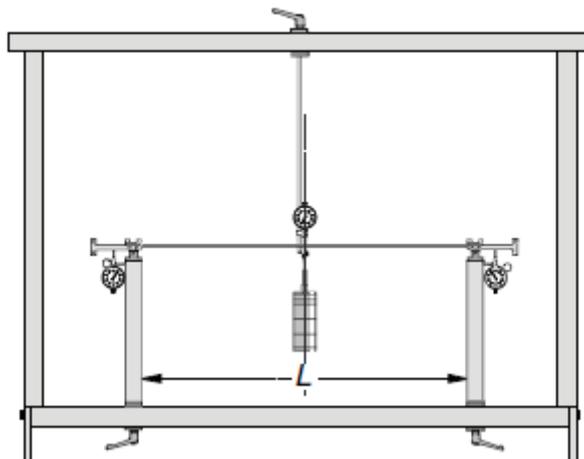


Ilustración 6. Montaje del equipo para carga puntual central.

4.2. Montaje y procedimiento para un par de giro en el centro

- Fijar los soportes de apoyo a una distancia de $L = 800$ mm en el travesaño inferior del bastidor, colocar la viga.
- Insertar la chapa de carga de par de giro exactamente en el centro de la viga.
- Preparar el reloj de comparación para la medición del giro, pretensar aproximadamente 10 mm y poner el indicador a cero.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

- Colgar sucesivamente las diferentes pesas (5N, 10N, 15N, 20N) en ambos lados de la chapa de carga del par de giro. Calcular el momento efectivo con:

$$M = F \cdot b$$

Con $b = 100 \text{ mm}$

- Leer la magnitud del reloj de comparación, c , y determinar el correspondiente giro con:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{c}{h}\right)$$

Con $h = 50 \text{ mm}$

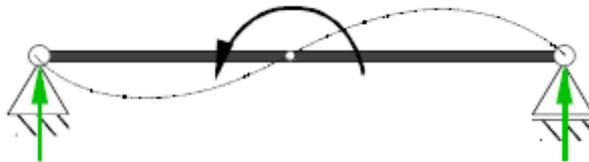


Ilustración 7. Flexión en viga debido a un momento en el centro de la luz.

5. DATOS CALCULADOS

5.1. Datos Experimentales

F en N	δ_{medido} en mm	$\delta_{calculado}$ en mm	Desviación %

6. OTRAS CONSIDERACIONES

- Para la barra de ensayo, la cual es de acero:
 - $E = 200000 \text{ N/mm}^2$
 - $I = 106.7 \text{ mm}^4$

Adicionalmente, se mediante este equipo se pueden realizar otros ensayos:

- Medición del giro en los apoyos articulados en vigas.

 UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	FORMATO DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS	Código: GD-PR-010-FR-008	
	Macroproceso: Gestión Académica	Versión: 02	
	Proceso: Gestión de Docencia	Fecha de Aprobación: 04/10/2017	

- Aplicación del principio de superposición por la aplicación simultánea de fuerzas y pares de flexión.
- Cálculo de deflexiones de un sistema estáticamente indeterminado mediante un tercer apoyo con medición de fuerza o apoyos empotrados.